

Algorithme LMS avec délais généralisés

Jacques Martinet, étudiant ingénieur

Dr Paul Fortier, directeur de recherche

Abstract: The objective of this research work is to enable the utilisation of the LMS (least mean square algorithm) for real time application by including the delay. In the first part of the research, the influence of various delays on the algorithm behavior is studied. This leads to a certain number of constraints on the delays. The convergence and the after-convergence residual error have been studied from both the experimental and theoretical point of view. The second part of the research is focused on the study of an architecture able to take advantage of these delays. The efforts were rapidly directed to a most significant bit first systolic architecture with numbers represented in redundant arithmetic format. This choice was based on the good adaptation between this scheme and the LMS.

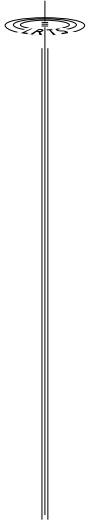
Résumé: L'objectif de cette recherche est de pouvoir rendre l'algorithme LMS (least mean square) temps réel grâce à l'adjonction de délais. La première partie de l'étude a consisté à étudier l'influence des délais introduits sur le comportement de l'algorithme. Ceci nous a permis d'en déduire un certain nombre de contraintes sur les délais. La convergence et l'erreur résiduelle après convergence ont été étudiées tant du point de vue expérimental que théorique. La deuxième partie de l'étude a consisté à étudier l'architecture pouvant au mieux tirer partie de ces nouveaux degrés de liberté. On s'est rapidement orienté vers une architecture systolique à bit serial poids fort en premier, les chiffres étant représentés en arithmétique redondante. Ce choix s'est imposé du fait de la bonne adéquation de cette architecture avec l'algorithme LMS.

Soit l'algorithme LMS avec délais généralisés suivant :

$$\begin{aligned}y(n) &= X^t(n).W(n-1-D1) \\ e(n) &= d(n) - y(n) \\ W(n) &= W(n-1-D2) + m.e(n-D3).X(n-D4)\end{aligned}$$

Les conditions nécessaires de convergence sont alors : $D2 = 0$ et $D3 = D4$

Ceci revient à dire qu'il est possible de subdiviser en deux le délai introduit dans le DLMS [5]. De plus on vient de montrer que les autres délais possibles ne sont pas envisageables pour des raisons de convergence du LMS.



Le comportement de cette algorithmes modifié a pu être analysé de manière théorique. Pour ceci, je me suis basé sur l'analyse du comportement du LMS fait par S.Thomas Alexander dans [1], ainsi que sur les équations développées par R Haimi, Cohen H. Herzberg et Y. Be'ery dans [2] au sujet de l'analyse du comportement du DLMS. Les solutions trouvées sont de forme très semblable :

Equation caractéristique du comportement des coefficients $W(n)$:

$$Z^d(1-Z) = \mu \cdot \lambda_i, \quad i \in [1, N] \quad \text{et } d = D34 + D1$$

Avec les λ_i valeurs propre de la matrice d'intercorrélation du signal $x(n)$.

Les conditions de convergence ne dépendent donc que de la somme des deux délais et:

- Le pôle de magnitude maximal se trouve à l'intérieur du cercle unité ssi :

$$0 < \mu \cdot \lambda_i < 2 \cdot \sin[\pi / (4 \cdot d + 2)]$$

- L'équation a un ou des pôles réels positifs ssi :

$$0 < \mu \cdot \lambda_i < d^d / (d+1)^{d+1}$$

Le respect de cette deuxième inégalité nous assure la bonne convergence des coefficient W du filtre adaptatif vers leurs valeurs limites W^* . Le bruit supplémentaire de non ajustement est alors de :

$$J(n) \cdot z^{-b} = J_{\min} + \tilde{v}^t(n) \cdot M \cdot \tilde{v}(n) \cdot z^{-2(a+b+1)} + s_x^2 \cdot \sum_{i=1}^N \frac{\mu J_{\min}}{(2 - \mu \lambda_i)}$$

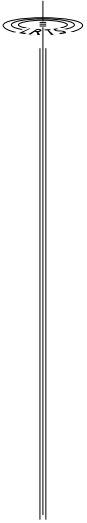
Ce degré de liberté supplémentaire doit permettre de monter une architecture basée sur le pipe-line ayant une fréquence d'horloge bien supérieure aux réalisations actuelles. Il est possible pour cela de reprendre l'architecture du LMS décrit dans la dernière partie de la thèse de Marcel Lapointe [3] et repris dans [4]. Cette implémentation semble en effet des plus prometteuses en VLSI.

Même si je n'ai pas développé une analyse complète de cette architecture, il semble évident que la conjugaison de l'architecture de [4] avec l'algorithme du simple DLMS doit pouvoir donner des résultats très intéressants du point de vue fréquence d'échantillonnage.

Quand à savoir si l'utilisation du DLMS modifié (i.e subdivision du délai en deux) peut encore améliorer son implémentation, seule une étude théorique supplémentaire, suivie de simulations, pourrai nous le dire.

Références:

- [1] "Adaptive Signal Processing" par S.Thomas Alexander edition Springer-VerlagB.
- [2]"Delayed adaptive LMS filtering : current results" IEEE international conference on acoustic speech and signal processing, avril 1990 p.1273-76 par R Haimi Cohen, H. Herzberg et Y. Be'ery



- [3]G. Thèse de doctorat “Architecture concurrente et applications à des réalisations rapides de filtres numériques invariants et adaptatifs” par Marcel Lapointe, août 1990.
- [4]“ Systématique design of pipelined recursive filter” IEEE transaction on computers, vol 42 n 4 avril 93 par Marcel Lapointe, Tue Huynh, Paul Fortier.
- [5] The LMS algorithm with delayed coefficient adaptation” par Guozhu Long, Fuyun Ling and John G. Proakis, IEEE transactions on acoustics, speech and signal processing vol 37 sept 89 p.1397-1405