

Mihai Cristian Florea

**Fusion d'informations imparfaites dans le cadre unificateur  
des ensembles aléatoires - Application à l'identification de  
cibles**

Mémoire  
présenté  
à la Faculté des Études Supérieures  
de l'Université Laval  
pour l'obtention  
du grade de Maître ès Science (M.Sc)

Département de Génie Électrique et de Génie Informatique  
FACULTÉ DES SCIENCES ET DE GÉNIE  
UNIVERSITÉ LAVAL  
QUÉBEC

MARS 2003

# Résumé

Ce mémoire est une étude de l'applicabilité de la théorie des ensembles aléatoires aux problèmes d'identification de cibles, en tant que technique de fusion des informations imparfaites. Pour identifier une cible, plusieurs sources d'information (radars, ESM - Electronic Support Measures, SAR - Synthetic Aperture Radar, images IR) sont disponibles. Parce que ces informations sont toujours imparfaites et que différents types d'imperfections peuvent être répertoriés (incertaines, imprécises, incomplètes, vagues), plusieurs théories ont été développées pour assister la théorie des probabilités (longtemps le seul outil pour traiter l'incertitude), dans sa tâche de combinaison d'informations imparfaites. Depuis plusieurs décennies ont vu le jour la théorie des sous-ensembles flous pour traiter les informations vagues, la théorie des possibilités pour les informations incomplètes, la théorie de l'évidence pour les informations incertaines, la théorie des ensembles approchés pour les informations vagues et incertaines. Il apparaît que ces différentes théories présentent plusieurs points communs et nous étudions dans ce travail la théorie des ensembles aléatoires qui s'avère un cadre unificateur pour la plupart d'entre elles. Sur deux scénarios tests, on tente de démontrer l'utilité d'un tel cadre théorique pour représenter et fusionner les informations imparfaites, et ce, dans une application particulière qu'est l'identification de cibles.

---

Mihai Cristian Florea  
Étudiant de deuxième cycle

---

Dr Dominic Grenier  
Directeur de recherche

---

Dr Anne-Laure Joussetme  
Co-directrice de recherche

# Remerciements

Je souhaiterais remercier particulièrement le Dr Anne-Laure Jusselme et le Dr Dominic Grenier, mes directeurs de recherche, pour l'aide précieuse fournie pour la réalisation de cette étude. Je remercie aussi le Dr Éloi Bossé, chercheur au Centre de Recherche pour la Défense Valcartier, pour ses conseils précieux et son soutien.

M. Simon Mathieu, pour ses conseils d'une grande valeur concernant la rédaction en L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X reçoit lui aussi mes remerciements.

Je veux aussi remercier mes parents Ana Maria Sandina Florea et Traian Florea, ainsi que mon frère Alexandru Florea, pour leur soutien moral durant toute cette période.

Merci aussi à toutes les personnes qui ont contribué plus ou moins à la réussite de cette étude.

# Table des matières

<b>Résumé</b> . . . . .	<b>i</b>
<b>Remerciements</b> . . . . .	<b>ii</b>
<b>Table des matières</b> . . . . .	<b>iii</b>
<b>Table des figures</b> . . . . .	<b>viii</b>
<b>Liste des tableaux</b> . . . . .	<b>xii</b>
<b>Introduction</b> . . . . .	<b>1</b>
<b>Chapitre 1. Fusion de données pour l'identification de cibles</b> . . . . .	<b>5</b>
1.1 La fusion de données . . . . .	5
1.2 L'identification de cibles . . . . .	6
1.3 L'incertitude et les informations imparfaites . . . . .	9
1.4 La base de données . . . . .	9
1.5 Exemple de scénario . . . . .	10
1.6 Les outils de la fusion d'informations . . . . .	11
<b>Chapitre 2. Incertitude et informations imparfaites</b> . . . . .	<b>13</b>
2.1 Introduction . . . . .	13

2.2	Les informations . . . . .	13
2.3	Les informations imparfaites . . . . .	14
2.3.1	Les informations incertaines . . . . .	16
2.3.2	Les informations imprécises . . . . .	16
2.3.3	Les informations à la fois incertaines et imprécises . . . . .	17
2.4	Modélisation des informations . . . . .	17
2.5	Conclusion . . . . .	19
<b>Chapitre 3. Le raisonnement sous incertitude . . . . .</b>		<b>21</b>
3.1	Introduction . . . . .	21
3.2	La théorie des probabilités . . . . .	22
3.2.1	Introduction . . . . .	22
3.2.2	Description de la théorie . . . . .	24
3.2.3	Étude des scénarios . . . . .	29
3.3	La théorie de l'évidence . . . . .	33
3.3.1	Introduction . . . . .	33
3.3.2	Description de la théorie . . . . .	34
3.3.3	Étude des scénarios . . . . .	40
3.4	La théorie des sous-ensembles flous . . . . .	43
3.4.1	Introduction . . . . .	43
3.4.2	Description de la théorie . . . . .	44
3.4.3	Étude des scénarios . . . . .	48
3.5	La théorie des possibilités . . . . .	55
3.5.1	Introduction . . . . .	55

3.5.2	Description de la théorie . . . . .	55
3.5.3	Étude des scénarios . . . . .	58
3.6	La théorie des ensembles approchés . . . . .	60
3.6.1	Introduction . . . . .	60
3.6.2	Description de la théorie . . . . .	60
3.6.3	Étude des scénarios . . . . .	64
3.7	Conclusion . . . . .	68
<b>Chapitre 4. Liens et passages entre les différentes théories . . . . .</b>		<b>70</b>
4.1	Introduction . . . . .	70
4.2	Théorie des probabilités/Théorie de l'évidence . . . . .	71
4.3	Théorie de l'évidence/Théorie des possibilités . . . . .	73
4.4	Théorie des possibilités/Théorie des probabilités . . . . .	77
4.5	Théorie des possibilités/Théorie des sous-ensembles flous . . . . .	80
4.6	Théorie des sous-ensembles flous/Théorie de l'évidence . . . . .	80
4.7	Théorie des sous-ensembles flous/Théorie des probabilités . . . . .	81
4.8	Théorie des sous-ensembles flous/Théorie des ensembles approchés . . . . .	82
4.9	Théorie des ensembles approchés/Théorie des possibilités . . . . .	82
4.10	Théorie des ensembles approchés/Théorie de l'évidence . . . . .	83
4.11	Conclusion . . . . .	84
<b>Chapitre 5. Les ensembles aléatoires : cadre unificateur pour la fusion de données imparfaites . . . . .</b>		<b>85</b>
5.1	Introduction . . . . .	85
5.2	Description de la théorie . . . . .	86

5.3	Représentation des théories classiques dans la théorie des ensembles aléatoires . . . . .	88
5.3.1	La théorie de l'évidence . . . . .	88
5.3.2	La théorie des probabilités . . . . .	89
5.3.3	La théorie des possibilités . . . . .	89
5.3.4	La théorie des sous-ensembles flous . . . . .	90
5.3.5	La théorie des ensembles approchés . . . . .	91
5.4	Étude des scénarios . . . . .	94
5.5	Conclusion . . . . .	97
	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>99</b>
	<b>Annexe A. Notations utilisés . . . . .</b>	<b>103</b>
	<b>Annexe B. La représentation des informations vagues par des sous-ensembles flous . . . . .</b>	<b>105</b>
B.1	Le changement du domaine d'étude . . . . .	106
B.2	La représentation des informations vagues par des sous-ensembles flous - modélisation des informations en classes . . . . .	107
	<b>Annexe C. La représentation des informations à l'aide des ensembles approchés . . . . .</b>	<b>117</b>
C.1	Les connaissances $R_1$ (le type et le sous-type), $R_2$ (la classification en termes d'offensivité) et la connaissance totale $R$ . . . . .	118
C.2	La modélisation des informations par des ensembles . . . . .	119
C.3	La représentation des informations avec des ensembles approchés . . . . .	120
	<b>Annexe D. Bases de données <i>a priori</i> . . . . .</b>	<b>124</b>

**Bibliographie . . . . . 138**

# Table des figures

1.1	Problème d'identification de cibles . . . . .	6
1.2	Acquisition des contacts, prédiction des pistes et association entre les contacts et les pistes . . . . .	7
1.3	Le processus d'identification de cible (version simplifiée) . . . . .	8
2.1	La classification des informations imparfaites proposée par Philippe Smets . . . . .	15
2.2	Le processus de modélisation des informations . . . . .	18
3.1	Théorie des probabilités - Scénario test 1 - Règle du consensus . . . . .	31
3.2	Théorie des probabilités - Scénario test 1 - Règle de Dempster pour singletons . . . . .	32
3.3	Théorie des probabilités - Scénario test 2 - Règle de Dempster pour singletons . . . . .	33
3.4	Théorie de l'évidence - Scénario test 1 - Règle disjonctive . . . . .	40
3.5	Théorie de l'évidence - Scénario test 1 - Règle de Dempster . . . . .	42
3.6	Théorie de l'évidence - Scénario test 2 - Règle de Dempster . . . . .	43
3.7	<b>Longueur grande</b> - concepts d'appartenance stricte et d'appartenance floue . . . . .	44

3.8	Exemple de fonctions d'appartenance <b>longueur petite</b> et <b>hauteur moyenne</b> . . . . .	47
3.9	Exemple de trois méthodes de combinaison . . . . .	48
3.10	Longueur floue - classe petite / moyenne / grande. Caractérisation de la base de données par les classes longueur petite, longueur moyenne et longueur grande . . . . .	50
3.11	Théorie des sous-ensembles flous - Scénario test 1 - Règle du minimum normalisé . . . . .	52
3.12	Théorie des sous-ensembles flous - Scénario test 1 - Règle adaptative min/max . . . . .	53
3.13	Théorie des sous-ensembles flous - Scénario test 2 - Règle adaptative min/max . . . . .	54
3.14	Théorie des possibilités - Scénario test 1 - Règle du produit normalisé	58
4.1	Liens entre les différentes théories . . . . .	71
4.2	Exemple de distributions de probabilités et de possibilités complémentaires . . . . .	79
5.1	Théorie des ensembles aléatoires - Scénario test 1 - transformation sans approximation . . . . .	94
5.2	Théorie des ensembles aléatoires - Scénario test 1 - transformation avec approximation: 10 $\alpha$ -coupes . . . . .	95
5.3	Théorie des ensembles aléatoires - Scénario test 1 - transformation avec approximation: 5 $\alpha$ -coupes . . . . .	96
5.4	Théorie des ensembles aléatoires - Scénario test 1 - Comparaison des résultats pour l'objet n <sup>o</sup> 19 . . . . .	96

5.5	Théorie des ensembles aléatoires - Scénario test 2 - transformation sans approximation . . . . .	98
B.1	Longueur floue - classe petite / moyenne / grande. Caractérisation de la base de données par les classes longueur petite, longueur moyenne et longueur grande . . . . .	108
B.2	Largeur floue - classe petite / moyenne / grande. Caractérisation de la base de données par les classes largeur petite, largeur moyenne et largeur grande . . . . .	109
B.3	Hauteur floue - classe petite / moyenne / grande. Caractérisation de la base de données par les classes hauteur petite, hauteur moyenne et hauteur grande . . . . .	110
B.4	Section efficace radar de côté floue - classe très petite / petite / moyenne / grande / très grande. Caractérisation de la base de données par les classes $SER_{\text{côté}}$ très petite et $SER_{\text{côté}}$ petite . . . . .	111
B.5	Section efficace radar de côté floue - Caractérisation de la base de données par les classes $SER_{\text{côté}}$ moyenne, $SER_{\text{côté}}$ grande et $SER_{\text{côté}}$ très grande . . . . .	112
B.6	Section efficace radar de dessus floue - classe très petite / petite / moyenne / grande / très grande. Caractérisation de la base de données par les classes $SER_{\text{dessus}}$ très petite et $SER_{\text{dessus}}$ petite . . . . .	113
B.7	Section efficace radar de dessus floue - Caractérisation de la base de données par les classes $SER_{\text{dessus}}$ moyenne, $SER_{\text{dessus}}$ grande et $SER_{\text{dessus}}$ très grande . . . . .	114
B.8	Section efficace radar de face floue - classe très petite / petite / moyenne / grande / très grande. Caractérisation de la base de données par les classes $SER_{\text{face}}$ très petite et $SER_{\text{face}}$ petite . . . . .	115

B.9 Section efficace radar de face floue - Caractérisation de la base de données par les classes  $SER_{\text{face}}$  moyenne,  $SER_{\text{face}}$  grande et  $SER_{\text{face}}$  très grande . . . . . 116

# Liste des tableaux

1.1	Exemple de scénario . . . . .	11
2.1	Exemple de base de données . . . . .	19
3.1	Application du théorème de la probabilité totale . . . . .	27
3.2	Exemple d'informations concernant les longueurs et les vitesses . . . . .	28
3.3	Exemple de propositions pour les informations concernant les longueurs et les vitesses . . . . .	29
3.4	Propositions finales . . . . .	29
3.5	Modélisation dans la théorie des probabilités des informations utilisées dans les scénarios tests . . . . .	30
3.6	Exemple de vitesse . . . . .	36
3.7	Propositions pour les vitesses . . . . .	36
3.8	Présence des capteurs 44 et 55 au bord de la cible recherchée . . . . .	37
3.9	Propositions obtenues pour la présence des émetteurs 44 et 55 . . . . .	37
3.10	Résultats de la combinaison conjonctive . . . . .	38
3.11	Résultats de la combinaison disjonctive . . . . .	38
3.12	Modélisation dans la théorie de l'évidence des informations utilisées dans les scénarios tests . . . . .	41

3.13	Classifications dans la théorie classique des ensembles pour la longueur, la largeur et la hauteur . . . . .	48
3.14	Classifications dans la théorie classique des ensembles pour les sections efficaces radar de côté, de face et de dessus . . . . .	49
3.15	Modélisation dans la théorie des sous-ensembles flous des informations utilisées dans les scénarios tests . . . . .	51
3.16	Modélisation dans la théorie des possibilités des informations utilisées dans les scénarios tests . . . . .	59
5.1	Représentation des informations en provenance des théories classiques en termes d'ensembles aléatoires . . . . .	92
5.2	Modélisation dans la théorie des ensembles aléatoires des informations utilisées dans les scénarios tests . . . . .	93
5.3	Comparaison du temps de calcul (exprimé en flops) . . . . .	97
A.1	Notations utilisées dans le problème d'identification de cibles . . . . .	104
D.1	Base de donnée géo-politique . . . . .	125
D.2	Base de données des capteurs (1) . . . . .	126
D.3	Base de données des capteurs (2) . . . . .	127
D.4	Base de données cibles: 1 - 31 . . . . .	128
D.5	Base de données cibles: 1 - 31 (suite) . . . . .	129
D.6	Base de données cibles: 32 - 62 . . . . .	130
D.7	Base de données cibles: 32 - 62 (suite) . . . . .	131
D.8	Base de données cibles: 63 - 83 . . . . .	132
D.9	Base de données cibles: 63 - 83 (suite) . . . . .	133
D.10	Base de données cibles: 84 - 112 . . . . .	134

D.11 Base de données cibles : 84 - 112 (suite) . . . . .	135
D.12 Base de données cibles : 113 - 143 . . . . .	136
D.13 Base de données cibles : 113 - 143 (suite) . . . . .	137

# Introduction

Depuis toujours, les êtres vivants (autant les humains que les animaux) se sont servi de leurs divers sens (vue, ouïe, odorat, goût, toucher) pour reconnaître des objets ou des personnes et pour prendre des décisions. Habituellement, la combinaison de plusieurs sens est nécessaire pour une identification correcte, car un seul sens est parfois insuffisant.

Le concept de fusion de données n'est donc pas nouveau. Le résultat de la fusion (ou combinaison) doit être une information qui d'une part peut être combinée avec des nouvelles informations et d'autre part elle doit se prêter à une prise de décision éventuelle.

Des applications militaires telles le pistage de cibles ou l'identification de cibles, ou des applications non militaires, dans la médecine ou dans la robotique, ont été développées grâce aux outils mathématiques de la fusion de données.

Le problème d'identification de cible est un problème de fusion de données particulièrement difficile. Bien que la diversité des capteurs soit le principal atout, il représente aussi sa difficulté principale. Les sources d'informations peuvent ainsi être humaines (des opinions - "*je pense que ...*" ou des descriptions - "*l'objet est long*"), électroniques (des données en provenance des radars, des ESM (*Electronic Support Measures*), etc.) ou statistiques.

En plus de la variété des sources d'informations qui représente un problème auquel on fait face dans l'identification de cibles, un deuxième problème provient de l'imperfection des informations fournies : imprécises, incertaines, vagues, incomplètes,

inconsistantes, aléatoires.

Bien que plusieurs typologies ou classifications de l'imperfection aient été proposées (e.g. Klir [1], Krause et Clark [2]), on adopte dans ce travail la classification des informations imparfaites proposée par Smets [3]. La classification de Smets suppose que les imperfections sont caractérisées en termes d'incertitude ou d'imprécision. Une information imparfaite peut être ainsi incertaine, imprécise ou les deux à la fois.

Pour résoudre un problème d'informations imparfaites il est nécessaire d'utiliser des théories qui permettent le raisonnement sous incertitude. Devant la diversité des imperfections, plusieurs théories ont été développées au cours des dernières décennies offrant des alternatives à l'utilisation de la théorie des probabilités, première et seule théorie du raisonnement sous incertitude pendant des années.

La théorie des probabilités est donc adaptée au traitement des informations incertaines. Bien qu'elle puisse aussi étudier d'autres types d'informations (imprécises par exemple), elle présente certaines lacunes qui ont donné naissance à d'autres théories développées dernièrement.

Les informations vagues, caractérisées par les prédicats vagues, sont modélisées par la théorie des sous-ensembles flous (Zadeh [4]). Des informations du type "*Jean est grand*", où la taille de Jean est connue mais la classification *grand* est mal définie (inconnue), sont des informations appelées vagues, qui sont très bien représentées par la théorie des sous-ensembles flous.

La théorie de l'évidence de Dempster-Shafer (Dempster [5] puis Shafer [6]) est un outil adapté aux informations à la fois imprécises et incertaines. Elle est une généralisation de la théorie des probabilités.

La théorie des possibilités, dont les bases ont été fondées par Zadeh [7], est une théorie dérivée de la théorie des sous-ensembles flous (développée par le même auteur) qui traite les informations incomplètes et incertaines.

Toutes ces théories caractérisent d'une manière ou d'une autre l'incertitude, la confiance qu'on accorde à un événement particulier. Une des difficultés de la modéli-

sation des informations dans ces théories est de quantifier la confiance qu'on accorde aux événements. Pawlak [8] a développé la théorie des ensembles approchés pour traiter les informations qui comportent de l'imprécision, et à qui on accorde une certitude totale (qu'elle soit connue ou non).

Dans un processus de fusion, puisque différents types d'imperfection coexistent, plusieurs formalismes peuvent apparaître à des niveaux différents du traitement. Le problème majeur de la fusion de données est de prendre en compte des informations, représentées par des modèles mathématiques différents, pour arriver à une décision globale. Ce problème peut être résolu de deux façons différentes :

1. Choisir une des théories mathématiques déjà utilisée pour représenter toutes les informations et effectuer une transformation des informations provenant des autres formalismes. Plusieurs auteurs ont travaillé pour établir des formules de passages entre ces différentes théories. Par exemple, Smets [9] et Voorbraak [10] ont réalisé des transformations entre la théorie de l'évidence et la théorie des probabilités, Klir et Parviz [11] présentent plusieurs formules de passage entre la théorie des probabilités et la théorie des possibilités, et Skowron [12] réalise le lien entre la théorie des ensembles approchés et la théorie de l'évidence.
2. Utiliser un cadre unificateur capable de représenter chacune des théories. La théorie des ensembles aléatoires semble être une très bonne candidate pour jouer ce rôle. En effet, depuis plusieurs années, de nombreux auteurs démontrent sa capacité à représenter les différentes théories du raisonnement sous incertitude. Par exemple, le lien avec la théorie de l'évidence a été principalement réalisé par Nguyen [13] ou le lien avec la théorie des sous-ensembles flous sur lequel ont travaillé plusieurs auteurs (Orlov [14], Goodman [15]).

L'objectif principal de ce travail est de démontrer l'applicabilité de la théorie des ensembles aléatoires au problème d'identification de cibles à travers la fusion d'informations de natures diverses, impliquant différents types d'imperfections. Cette démonstration se fera par le biais de deux scénarios tests impliquant donc divers

capteurs et une cible observée. La cible doit être identifiée comme étant l'un des 143 objets d'une base de données.

Le premier chapitre est une introduction au problème de fusion de données et en particulier, à l'application de la fusion de données pour l'identification de cibles. Nous présentons une brève description de la base de données et des deux scénarios tests étudiés. Le premier scénario test comporte 13 informations cohérentes concernant la cible observée. Dans le deuxième scénario test on introduit une contre-mesure pour tester l'aptitude des systèmes de fusion de données à l'éliminer. Pour finir, nous présentons quelques notations utilisées dans ce document.

Le deuxième chapitre explique la classification des informations imparfaites selon le modèle de Smets. Plusieurs exemples sont donnés pour mieux expliquer la différence entre les différents types d'informations imparfaites.

Le troisième chapitre présente les théories classiques capables de raisonner sous incertitude - les théories des probabilités, de l'évidence, des sous-ensembles flous, des possibilités et des ensembles approchés. À travers plusieurs exemples, nous présentons les outils mathématiques dont chacune des théories dispose - la représentation des informations, les méthodes de combinaisons, la représentation de l'ignorance et les méthodes de prise de décision. Chacune de ces théories classiques est appliquée ensuite aux deux scénarios tests.

Dans le quatrième chapitre les liens existants entre les différentes théories classiques présentées dans le chapitre précédent sont énumérés.

Enfin, le dernier chapitre introduit la théorie des ensembles aléatoires et leurs liens avec les théories classiques qui ont été démontrés par divers auteurs. Nous concluons ce chapitre par l'étude des deux scénarios.

On démontre que la théorie des ensembles aléatoires représente un cadre unificateur pour les théories permettant le raisonnement sous incertitude et on démontre aussi que cette théorie peut être appliquée efficacement aux problèmes d'identification de cibles.

# Chapitre 1

## Fusion de données pour l'identification de cibles

### 1.1 La fusion de données

Le terme **fusion de données** a été introduit pour désigner l'agrégation d'informations provenant de différents capteurs, bases de données, opinions d'experts, etc. La variété des sources d'informations existantes a produit l'apparition de plusieurs modèles mathématiques pour représenter les informations. Cette discipline a connu un développement considérable depuis l'apparition des ordinateurs, capables de stocker beaucoup d'informations et d'effectuer rapidement des calculs mathématiques. Elle représente un champ d'étude très important dans le cadre des systèmes experts.

Au départ, cette discipline a trouvé application dans le domaine militaire pour le pistage de cibles, l'identification de cibles, ou les systèmes d'identification de menace (ami/neutre/ennemi). Dernièrement, la fusion de données a été utilisée aussi pour des applications non militaires, telles la robotique ou la médecine. Le premier chapitre de cette étude est consacré à une description plus détaillée du problème particulier d'identification de cibles.

## 1.2 L'identification de cibles

Un problème d'identification de cibles est schématisé dans la figure 1.1. Il se résume à une plate-forme possédant plusieurs capteurs qui repère plusieurs cibles en mouvement et qui doit les identifier à partir d'une base de données qui répertorie les cibles connues.

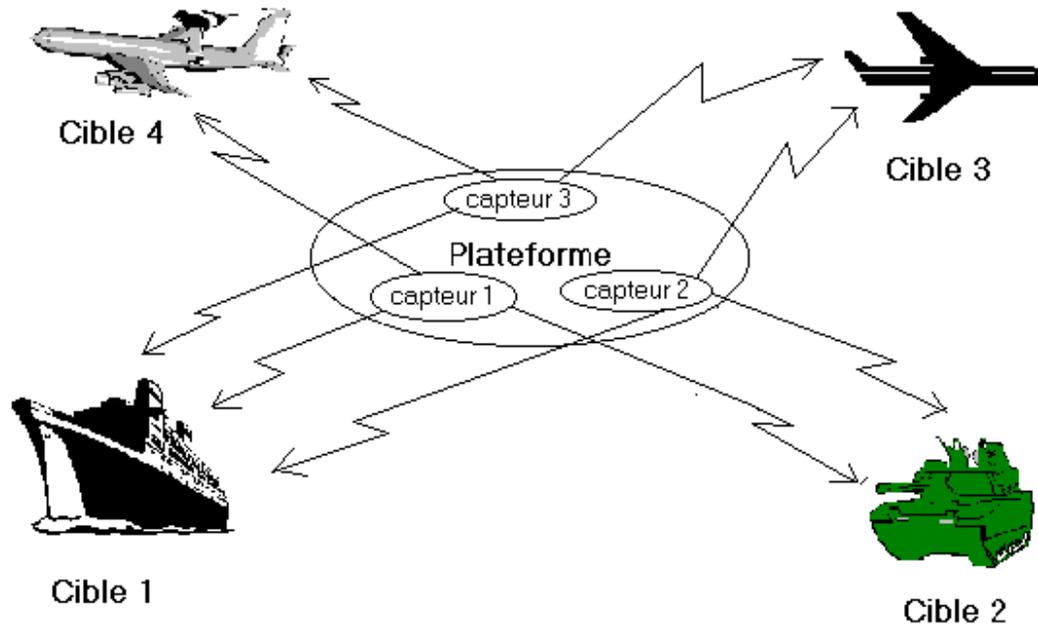
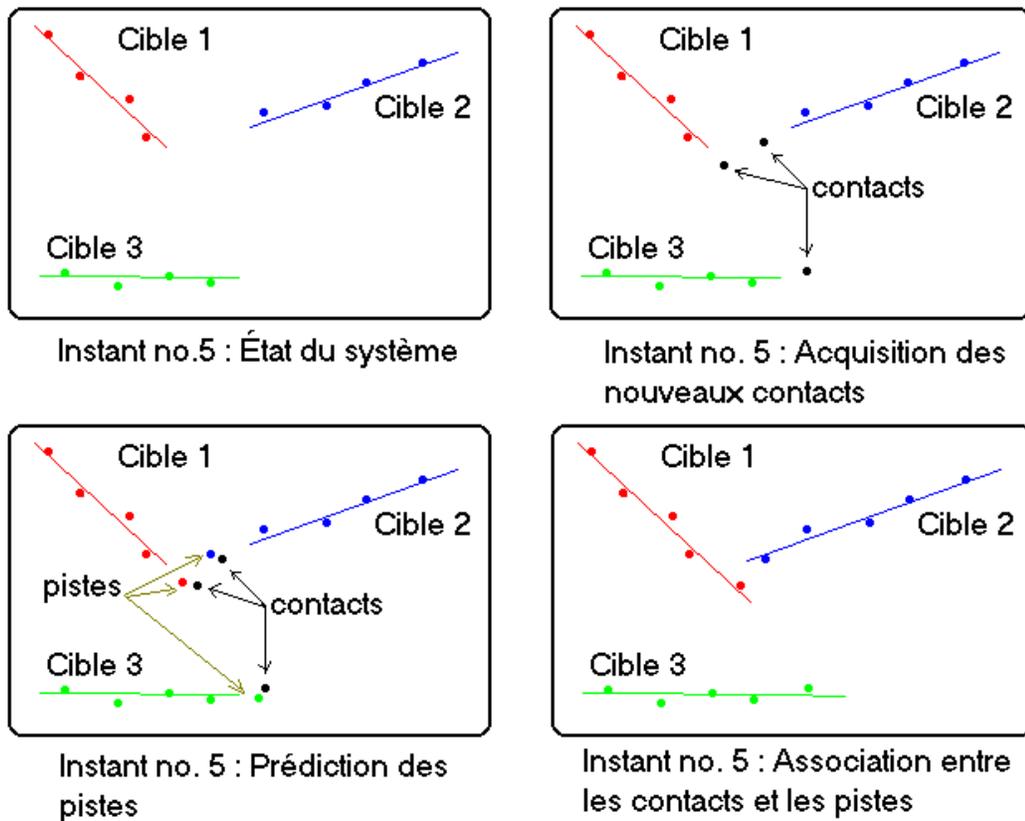


Fig. 1.1 – *Problème d'identification de cibles*

Le problème d'identification de cibles multiples est généralement décomposé en plusieurs étapes :

1. la **détection** des informations brutes (des signaux) ;
2. le **pistage** ;
3. l'**association** des informations détectées aux cibles recherchées ;
4. la **modélisation des informations brutes** en provenance des cibles ;
5. la **fusion d'informations** (de données) ;
6. la **prise de décision**.

Durant la première étape, on détecte les contacts (les positions des éventuelles cibles). Le pistage produit une prédiction de la position de chacune des cibles connues jusqu'au moment de l'acquisition. Le pistage de plusieurs cibles s'effectue par exemple à l'aide d'un *filtrage de Kalman*. Ensuite, une décision est prise pour associer à chacun des contacts une piste parmi celles prédites à l'étape précédente. Ces trois premières étapes sont schématisées dans la figure 1.2. On considère dans notre problème que ces trois premières étapes sont déjà réalisées. De plus, on considère que l'association entre les contacts et les pistes est parfaite, et que chacune des cibles peut être traitée séparément, comme s'il n'y en avait qu'une seule à la fois .



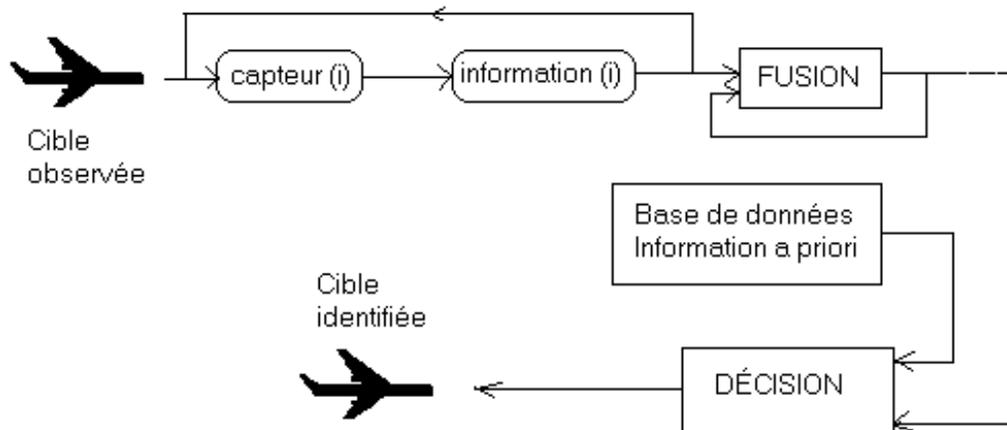
**Fig. 1.2** – *Acquisition des contacts, prédiction des pistes et association entre les contacts et les pistes*

Selon Hall & Llinas [16], les trois problèmes majeurs qui restent à résoudre dans

les systèmes actuels de fusion de données sont :

1. la quantification de l'incertitude des mesures ou des observations ;
2. la combinaison des informations distinctes ;
3. la manipulation d'un nombre énorme de variantes possibles.

En éliminant les parties de détection, de pistage et d'association qu'on considère déjà réalisées, le processus de fusion à étudier se réduit à celui présenté dans la figure 1.3.



**Fig. 1.3** – *Le processus d'identification de cible (version simplifiée)*

Une cible est observée à l'aide de différents capteurs, tels que les radars, ESM (*Electronic Support Measures*), IIR (*Imaging Infra-Red*), IFF (*Identification Friend Foe*), etc. Les informations fournies par ces capteurs ne sont pas nécessairement des informations idéales, mais plutôt des informations imparfaites (imprécises, incertaines, vagues, incomplètes, inconsistantes, etc.). Elles sont modélisées dans différentes théories mathématiques pour être analysées. Pour cette étude on considère que les différentes sources sont indépendantes (donc non corrélées).

À l'aide de formalismes mathématiques, on fusionne les informations imparfaites, afin d'obtenir une information finale utilisée pour une prise de décision d'une part et, combinée avec les informations suivantes, d'autre part.

La prise de décision est réalisée à partir de l'information finale et de la base de données contenant les cibles connues. On cherche, par des méthodes et algorithmes mathématiques, quelle est la cible connue (de la base de données) qui est la plus probable.

### 1.3 L'incertitude et les informations imparfaites

Chacune des six étapes énumérées dans la section précédente est très bien définie et très importante. Mais chacune d'entre elles est susceptible d'introduire des imperfections dans le système étudié (des erreurs de mesures et d'association, de modélisation, des méthodes de fusion et des méthodes de prise de décision non appropriées ou non optimales).

Par le terme **raisonnement sous incertitude** on comprend un raisonnement utilisant des informations imparfaites, telles que celles fournies par les capteurs, les experts, ou d'autres sources d'informations. Klir [1], Krause et Clark [2] utilisent de manière générale le terme d'**incertitude** pour désigner l'imperfection des informations. Ainsi, sous ce nom, on retrouve principalement les caractères imprécis, incertains, incomplets, inconsistants et vagues des informations.

### 1.4 La base de données

Les informations sur les différentes cibles potentielles sont classifiées dans une base de données, connue par le système de fusion, qui aidera le système à identifier la cible observée. Pour chacune des cibles contenues dans la base de données on connaît les paramètres suivants :

1. son indice ;
2. son acronyme (son nom) ;
3. son type ;
4. son sous-type ;

5. sa classification en termes d'offensivité ;
6. son pays d'appartenance ;
7. sa vitesse minimale et maximale de croisière ;
8. son accélération maximale ;
9. son altitude maximale ;
10. ses dimensions (longueur, hauteur, largeur) ;
11. sa section efficace radar SER (de coté, de face et de dessus) ;
12. le nombre de moteurs ;
13. le type des moteurs ;
14. le nombre de cylindres des moteurs ;
15. sa signature infrarouge ;
16. sa liste de lames ;
17. le nombre de ses émetteurs ;
18. la liste des émetteurs.

Une base de données idéale suppose la connaissance de tous les paramètres de chacune des cibles, mais en réalité la base de données n'est jamais complète. Ceci ne fait que rendre le processus d'identification plus difficile. Dans le processus d'identification de cible, les paramètres énumérés ci-dessus représentent les informations recherchées. La connaissance de l'ensemble de ces informations permet une bonne identification de cible. Une deuxième base de données, géopolitique, est associée à la première. À chaque pays on associe l'alliance (ami, ennemi ou neutre), le nombre de langues parlées, et la liste des langues parlées. Une troisième base de données reliée à la première possède la liste des émetteurs et leurs caractéristiques. Les bases de données utilisés dans ce travail sont présentés dans l'Annexe D.

## 1.5 Exemple de scénario

Un exemple de scénario pour la situation décrite à la figure 1.1 peut être composé par les informations brutes contenues dans la table 1.1.

Instant	Caractéristique	Cible 1	Cible 2	Cible 3	Cible 4
1	Type de cible	bateau	cible terrestre	avion	avion
2	Présence émetteur 44	oui	non	non	oui
3	Longueur	petite	petite	moyenne	moyenne
4	SER <sub>côté</sub>	moyenne	petite	petite	moyenne
5	Présence émetteur 77	oui	oui	non	non
6	Hauteur	petite	petite	petite	petite
7	Présence émetteur 47	oui	non	oui	non
8	Présence émetteur 55	oui	non	oui	oui
9	Largeur	moyenne	petite	moyenne	moyenne
10	Présence émetteur 56	oui	non	oui	oui
11	Présence émetteur 103	oui	non	non	oui
12	Présence émetteur 109	oui	non	non	non
13	SER <sub>dessus</sub>	petite	moyenne	petite	moyenne
14	SER <sub>face</sub>	très petite	petite	moyenne	moyenne

**Tab. 1.1** – *Exemple de scénario*

Dans la suite on utilise la cible n° 1 pour tester les différentes théories permettant de raisonner sous incertitude. Deux scénarios sont proposés :

1. **Le scénario test 1** qui est composé des informations 1 à 4 et 6 à 14, qui sont des mesures cohérentes pour identifier l’objet n° 19 de la base de données;
2. **Le scénario test 2** qui est composé des informations 1 à 14; l’information 5 est une contre-mesure qui est insérée au milieu du processus de fusion pour voir comment le système se rattrape dans une situation pareille.

## 1.6 Les outils de la fusion d’informations

Plusieurs théories développées jusqu’à présent pour permettre le raisonnement sous incertitude sont présentées dans la suite de cette étude :

1. la théorie des probabilités ;
2. la théorie de l’évidence ;
3. la théorie des sous-ensembles flous ;

4. la théorie des possibilités ;
5. la théorie des ensembles approchés ;
6. la théorie des ensembles aléatoires.

Chacune de ces théories propose une modélisation mathématique des informations imparfaites et une ou plusieurs méthodes de combinaison et de décision.

# Chapitre 2

## Incertitude et informations imparfaites

### 2.1 Introduction

L'incertitude est le terme général utilisé par plusieurs auteurs (Klir [1], Krause et Clark [2]) pour désigner l'imperfection des informations. Cependant, cette appellation peut porter à la confusion dans la classification de Smets [3], où l'imprécision représente seulement une classe de l'imperfection des informations. Dans la suite, on présente le concept d'information lié au problème d'identification de cibles, on étudie les différents types d'informations imparfaites, et on analyse quelques exemples pour aider à la compréhension des nouvelles théories. Dans les travaux présents on utilise seulement la classification des informations imparfaites proposée par Smets [3].

### 2.2 Les informations

Dans le contexte du problème d'identification de cibles, une information peut être considérée comme une combinaison des trois paramètres :

1. un objet ou une classe d'objets qui fait référence à la cible cherchée ;

2. une caractéristique (attribut) décrivant l’objet ou la classe d’objets ;
3. un degré de confiance accordé au doublet {objet(s), attribut(s)}.

Voici quelques exemples d’informations :

- “La cible observée **peut être** l’objet  $\theta_i$  avec un **degré de confiance de 0.8**” ;
- “La cible observée est **grande**” ;
- “La cible observée est **un des objets** suivants  $\{\theta_i, \theta_j, \theta_k\}$  avec un **degré de confiance de 0.9**” .

Selon Smets [3], une information parfaite doit être à la fois précise et certaine. Selon Solaiman [17], une information parfaite doit aussi être exhaustive. Donc une information parfaite selon la définition et les contraintes présentées plus haut doit être du type suivant :

1. la classe d’objets à laquelle on fait référence est un singleton (un seul objet) - **information précise** ;
2. le degré de confiance qu’on accorde à une proposition ou à un ensemble de propositions est égal à 1 (confiance totale) - **information certaine** ;
3. l’objet proposé fait partie de l’ensemble des cibles connues, présentes dans la base de données (hypothèse d’un monde fermé) - **information exhaustive**.

Mais dans la réalité, des informations parfaites ne sont pratiquement jamais obtenues. Les capteurs fournissent toujours des informations imparfaites. On consacre la section suivante à l’étude et à la classification des informations imparfaites.

## 2.3 Les informations imparfaites

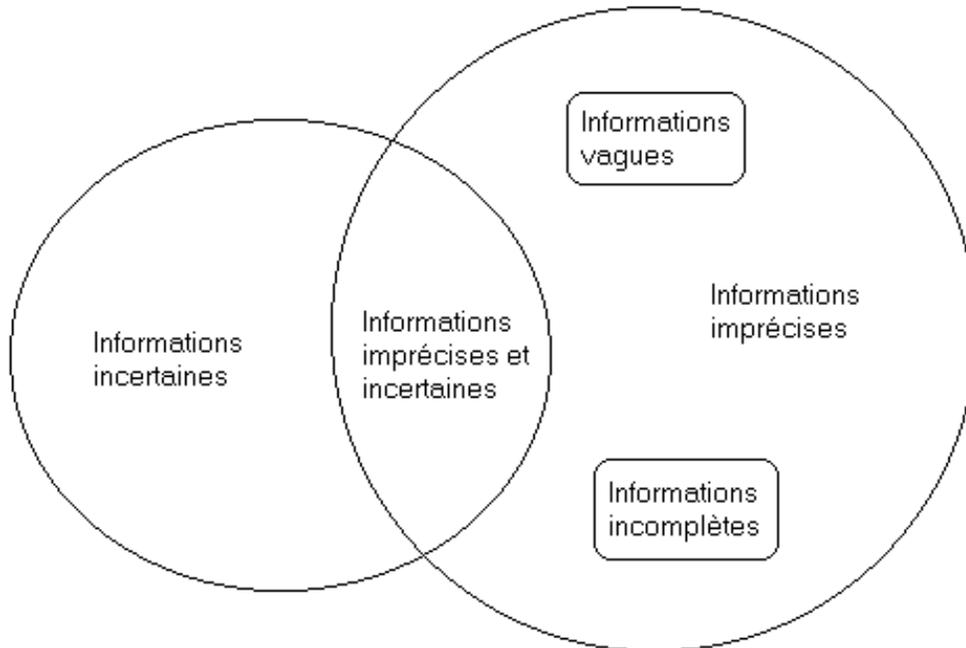
Une première classification des informations peut se faire suivant leur objectivité :

1. On dit d’une **information** qu’elle est **objective** si elle est indépendante de l’opinion humaine ;
2. On dit d’une **information** qu’elle est **subjective** si elle est dépendante de l’opinion humaine.

**Exemple 1** Dire que lors du lancement d'un dé, le chiffre 4 peut apparaître avec une probabilité de  $1/6$  représente une information objective car il s'agit là d'une interprétation en termes d'apparitions équiprobables (interprétation classique basée sur la symétrie du dé). L'opinion humaine n'intervient pas dans ce cas. Par contre l'information "Je crois que le chiffre 4 peut apparaître avec une probabilité de 0.2" représente une information subjective. L'opinion d'une personne intervient dans le jugement.

On a vu dans la section précédente quelles sont les contraintes pour qu'une information soit parfaite. Si une des contraintes n'est pas respectée l'information devient imparfaite.

Considérons dans la suite l'hypothèse d'un monde fermé (information exhaustive). Selon la classification de Smets [3], les deux seules sources d'imperfection qui restent sont l'imprécision et l'incertitude (figure 2.1). Une information imparfaite est ainsi, ou imprécise, ou incertaine, ou imprécise et incertaine en même temps.



**Fig. 2.1** – La classification des informations imparfaites proposée par Philippe Smets

### 2.3.1 Les informations incertaines

Les **informations incertaines** sont les informations comportant un degré de confiance inférieur à l'unité (qui ne possèdent pas une confiance totale). Cette imperfection est due principalement au manque de confiance d'un expert face aux informations provenant d'un capteur.

Voici quelques exemples d'informations incertaines :

1. “Je **crois** que la cible observée est l'objet  $\theta_i$  de la base de données” ;
2. “**Il est probable** que la cible observée soit l'objet  $\theta_i$  de la base de données”.

### 2.3.2 Les informations imprécises

Les **informations imprécises** sont les informations qui ne font pas référence à un seul objet, mais plutôt à un ensemble d'objets. Les exemples suivants sont des informations imprécises :

1. “La cible observée est **un des objets** suivants  $\{\theta_i, \theta_j, \theta_k\}$ ” ;
2. “La longueur de la cible **est comprise entre** 28 et 34 mètres”.

### Les informations incomplètes

Une **information incomplète** est une information, dont on ne connaît pas le degré de confiance qu'on peut lui associer, mais on connaît seulement la limite supérieure de ce degré. Le terme d'information incomplète vient justement de la connaissance de cette limite supérieure au lieu du degré de confiance lui même (imprécision sur le degré de confiance). Quelques exemples d'informations incomplètes sont présentées ci dessous :

1. “**Il est possible que** la cible soit l'objet n° 19” ;
2. “**Il est possible de** détecter le type de la cible”.

## Les informations vagues

Les **informations vagues** sont des informations caractérisées par des attributs mal définis, par des classes dont on connaît mal les limites. Au lieu de définir l'appartenance d'un objet connu à une classe mal définie par des relations strictes (1 - appartient ou 0 - n'appartient pas), on considère que cette appartenance peut être une mesure nuancée. On définit ainsi une mesure d'appartenance qui prend des valeurs dans l'intervalle  $[0,1]$  et qui exprime le degré d'appartenance de l'objet à une certaine classe (dont les limites sont mal définies). Les informations vagues sont des informations imprécises. Voici quelques exemples d'informations vagues :

1. "La cible observée est **longue**" ;
2. "La cible observée a une section efficace radar **très grande**" ;

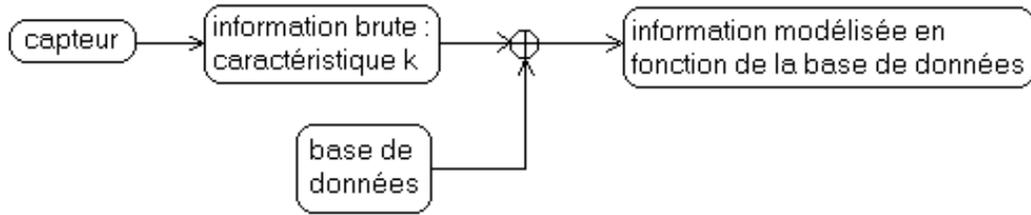
### 2.3.3 Les informations à la fois incertaines et imprécises

On a vu précédemment quelques exemples d'informations incertaines ou imprécises. Ces deux cas sont extrêmes car ils imposent soit la certitude soit la précision parfaite. Ces cas ne sont pas majoritaires car dans les situations réelles nous héritons des deux imperfections combinées. Par exemple :

1. "Un **degré de confiance de 0.7** est accordé au fait que la cible observée **soit une des cibles**  $\{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ " ;
2. "Un **degré de confiance de 0.9** est accordé au fait que la cible ait une **longueur comprise entre 28 et 34 mètres**".

## 2.4 Modélisation des informations

Les capteurs fournissent habituellement des informations qui font référence aux caractéristiques connues des objets présents dans la base de données (voir la section 1.4 pour une liste complète des caractéristiques). Dans la figure 2.2 on présente le schéma du processus de modélisation des informations.



**Fig. 2.2** – *Le processus de modélisation des informations*

L’information brute concernant une caractéristique de la base de données est une information du type “*on estime avec une assurance de 80% que la longueur de l’objet observé est de 15 mètres*”. En analysant la base de données on peut extraire les objets qui possèdent une longueur de 15 mètres, et leur associer une confiance de 80 %. On appelle cet ensemble d’objets une **proposition**.

L’information brute peut aussi être une information vague. Les attributs “*longue*” et “*très grande*” introduisent des ensembles aux bornes mal définies. Il faut alors traduire en terme des caractéristiques de la base de données ce que ces attributs représentent. Une cible contenue dans la base de données, qui a une longueur de 180 mètres peut être considérée comme une “*cible longue*”. Mais un objet qui a une longueur de 250 mètres appartient plus à la classe “*cible longue*” que le premier objet.

Selon les problèmes traités on est amené parfois à travailler avec des informations précises ou des informations certaines. L’incertitude des informations peut être ainsi remplacée par de l’imprécision et inversement, selon les besoins. Une relation existe entre les deux imperfections caractérisant la même situation :

**Pour une même situation, quand l’incertitude augmente,  
l’imprécision peut diminuer.**

L’exemple suivant aide à la compréhension de la relation existant entre l’incertitude et l’imprécision.

**Exemple 2** Soit un capteur qui fournit des informations sur une cible détectée, afin de pouvoir l’identifier. Ce capteur mesure la longueur de la cible. Mais cette mesure n’est pas certaine. Et soit une base de données à 5 objets :

$\Theta_5$	Objet 1	Objet 2	Objet 3	Objet 4	Objet 5
longueur (mètres)	29	31	30	24	34

**Tab. 2.1** – *Exemple de base de données*

Les appareils de mesure n'étant pas parfaits, une information fournie par le capteur décrit précédemment peut être modélisée par “*Un degré de confiance de 0.7 est accordé au fait que la cible détectée ait 30 mètres de long*”. Ainsi, on cherche dans la base de données s’il y a une ou plusieurs cibles connues qui ont une longueur de 30 mètres. Donc l’information devient : “*Cible cherchée = objet n° 3 avec un degré de confiance de 0.7*”. Par contre, en connaissant les facteurs externes qui peuvent influencer les mesures, on peut chercher à modéliser autrement l’information fournie par le même capteur : “*Un degré de confiance unitaire est accordé au fait que la cible détectée ait entre 28 et 32 mètres de long*”. On remarque que le nombre de cibles de notre base de données ayant une longueur comprise entre 28 et 32 mètres est supérieure à celui des cibles ayant une longueur d’exactly 30 mètres (Objet 1, Objet 2 et Objet 3). Ainsi, l’information exprimée par la deuxième proposition est imprécise, mais elle est certaine. L’information devient “*La cible recherchée est un des objets 1, 2 ou 3*”. On voit ainsi comment une même situation peut être modélisée par deux informations différentes, une précise et incertaine, et une autre imprécise et certaine.

## 2.5 Conclusion

Cette section se voulait être une introduction au concept d’information imparfaite. Après une brève description de chacun des cas d’imperfection, on a présenté des exemples pour une meilleure compréhension. Pour résumer, les principales sources d’imperfections sont l’incertitude et l’imprécision. Les informations imparfaites se classifient dans des informations incertaines (objective ou subjective) ou des informations imprécises (objective), avec les sous-catégories informations vagues ou informations incomplètes. On peut aussi rencontrer des informations qui comportent les

deux types d'imperfection combinés. Ces différentes situations d'imperfection, les cas généraux et les cas particuliers, font que le traitement des informations imparfaites est une discipline difficile à étudier. La section suivante présente différentes théories qui ont été développées pour l'étude de ces informations.

# Chapitre 3

## Le raisonnement sous incertitude

### 3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, on a présenté différents types d'informations imparfaites ainsi que quelques exemples pour montrer leurs différences. Plusieurs théories ont été développées pour traiter cette variété d'informations imparfaites, chacune d'entre elles étant créée pour mieux modéliser les cas réels. Dans ce chapitre on présente certaines de ces théories (les plus connues et les plus utilisées) et on les applique au problème d'identification de cible. Pour chacune de ces théories on présente aussi les méthodes de combinaison les plus répandues.

Avant de commencer la présentation des théories rappelons d'abord quelques notations utilisées dans la suite :

- $\theta_i$  est l'objet  $i$  de la base de données ;
- $N$  représente le nombre d'objets de la base de données ;
- $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N\}$  représente l'ensemble d'objets contenus dans la base de données ;

- $2^\Theta$  représente l'ensemble puissance de  $\Theta$  (l'ensemble de tous les sous-ensembles de  $\Theta$ ). Les deux notations suivantes sont équivalentes :  $A \subseteq \Theta$  et  $A \in 2^\Theta$  ;
- On note par les lettres majuscules les sous-ensembles de  $\Theta$  ( $A_i \subseteq \Theta$ ) ;
- On appelle **singleton** un sous-ensemble de  $\Theta$  qui n'a qu'un seul élément ;
- On appelle **un événement**  $A$  de  $\Theta$ , le fait que le résultat d'une expérience est  $A$ .

## 3.2 La théorie des probabilités

### 3.2.1 Introduction

La théorie des probabilités est la plus connue et la plus ancienne des théories permettant le raisonnement sous incertitude. La vue objective de la théorie des probabilités s'est développée dès le XVII-ième siècle afin d'étudier les événements aléatoires, introduites par les jeux du hasard (les jeux de dé et les jeux de cartes). Il existe actuellement trois versions de la vue objective de la théorie des probabilités :

1. La vue de Laplace considère que la probabilité d'un événement obtenu à partir d'une expérience aléatoire est égale au rapport entre le nombre de fois où l'événement est réalisé et le nombre total de résultats possibles. Cette vue impose que les résultats possibles soient équiprobables.

**Exemple 3** Soit l'exemple d'un lancé d'un dé. La probabilité que le lancé produit un chiffre pair est égale au nombre de chiffres pairs possibles ( $\{2,4,6\}$ ) divisé par le nombre total de résultats possibles ( $\{1,2,3,4,5,6\}$ ). La probabilité est donc de 0.5.

2. La vue fréquentielle de Richard von Mises considère que la probabilité d'un événement obtenu à partir d'une expérience aléatoire est égale à la fréquence relative de réalisation de cet événement suite à une répétition infinie d'expériences identiques et indépendantes. L'inconvénient de cette approche est qu'on est incapable de réaliser une infinité d'expériences identiques ou que l'expérience

peut être unique et donc pas réalisable plusieurs fois.

**Exemple 4** Soit le même exemple du lancé de dé. La probabilité que le lancé produit un chiffre pair est obtenue cette fois en réalisant une infinité de fois l'expérience (lancé du dé) et en calculant la fréquence d'apparition de l'événement *chiffre pair*.

3. *La loi des grands nombres* de Bernoulli suppose que si un résultat se produit  $k$  fois après qu'une expérience soit réalisée  $n$  fois de façon identique et indépendante, la probabilité objective de la réalisation de ce résultat est très proche de  $k/n$  si  $n$  est très grand. Cette version de la probabilité objective est très proche de la version fréquentielle de von Mises.

Une autre interprétation de la théorie des probabilités est celle subjective, qui a été formulée durant le XX-ième siècle. Celle-ci suppose qu'il n'existe pas d'expériences aléatoires, mais seulement des expériences mal connues qui rendent les résultats incertains. Alors, la probabilité de réalisation d'un événement n'est plus vue comme une probabilité objective, mais plutôt comme une probabilité subjective définie par le degré de croyance qu'une personne accorde au résultat de l'expérience. C'est la vision bayésienne de la théorie des probabilités.

**Exemple 5** Soit le même exemple que précédemment. L'interprétation de l'expérience du lancé du dé n'est plus vue comme une expérience aléatoire, mais plutôt comme une expérience mal définie. Le résultat du lancé du dé peut être connu à partir des données telles que la vitesse du lancé, la hauteur du dé au lancement, le coefficient de frottement entre le dé et la table, la trajectoire du lancé, la position du dé avant le lancement, etc. L'absence partielle ou totale de ces informations et l'impossibilité pour une personne de mettre en équation ces informations pour calculer le résultat du lancé font que le résultat ne peut pas être prédit. Mais ça ne veut pas dire que l'expérience est aléatoire.

Dans la suite, nous allons étudier la théorie des probabilités sans nous soucier de l'interprétation qu'on donne aux probabilités (objectives ou subjectives).

## 3.2.2 Description de la théorie

### Axiomes et définitions

Une **mesure de probabilité** est une fonction  $P : 2^\Theta \rightarrow [0,1]$  qui satisfait les trois conditions suivantes :

1. la probabilité de l'ensemble vide est nulle et la probabilité du cadre de discernement est égale à l'unité :

$$P[\emptyset] = 0 \quad (3.1)$$

$$P[\Theta] = 1 \quad (3.2)$$

2. la probabilité d'un événement est toujours positive et inférieure ou égale à l'unité :

$$0 \leq P[A] \leq 1 \quad \forall A \subseteq \Theta \quad (3.3)$$

3. la probabilité de l'union de deux événements  $(A \cup B)$  est donnée par :

$$P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B] \quad \forall A, B \subseteq \Theta \quad (3.4)$$

Si l'intersection des deux événements est vide ( $A \cap B = \emptyset$ ), alors l'équation (3.4) est réduite à l'équation (3.5).

$$P[A \cup B] = P[A] + P[B] \quad \forall A, B \subseteq \Theta \quad (3.5)$$

Cette condition provoque une dépendance entre les valeurs de la fonction de distribution de probabilité.

**Conséquence 1** La confiance qu'on n'accorde pas à un événement  $A \subseteq \Theta$  est implicitement accordée au complément de l'événement  $A$  :

$$P[\bar{A}] = 1 - P[A] \quad (3.6)$$

**Conséquence 2** La probabilité d'un sous-ensemble  $A \subseteq \Theta$  peut être exprimée en fonction de la probabilité des singletons :

$$P[A] = \sum_{\theta \in A} P[\theta] \quad \forall A \subseteq \Theta \quad (3.7)$$

Cette équation montre que la fonction de distribution de probabilité est une fonction qui caractérise l'ensemble  $\Theta$  même si elle est définie sur l'ensemble  $2^\Theta$ .

**Exemple 6** Dans le problème d'identification de cibles, des informations incertaines telles que “*La cible observée peut être l'objet n° 1 avec un degré de confiance de 70%*” peuvent être modélisées dans la théorie des probabilités par :

$$P[\theta_1] = 0.7$$

La confiance restante est automatiquement accordée aux autres objets existants dans la base de données :

$$P[\theta_2 \cup \theta_3 \cup \dots \cup \theta_N] = P[\theta_2] + P[\theta_3] + \dots + P[\theta_N] = 0.3$$

### Ignorance

Quand aucune connaissance *a priori* n'existe sur un sous-ensemble  $A \subseteq \Theta$  dont on connaît la probabilité, on dit qu'il y a une situation d'**ignorance partielle**. On peut résoudre cette situation en considérant tous les événements équiprobables. C'est une façon de prendre en compte l'imprécision et l'incertitude à l'aide de la théorie des probabilités. Ainsi, une information imprécise (définie par l'équation (3.7)) se transforme dans une information précise (exprimée seulement par ses singletons) :

$$P[\theta_i] = \frac{P[A]}{\text{card}(A)} \quad \forall \theta_i \in A \quad (3.8)$$

On parle d'**ignorance totale** quand il n'existe aucune information *a priori* sur le cadre de discernement et qu'on est obligé de supposer que tous les événements du cadre de discernement sont équiprobables :

$$P[\theta_i] = \frac{1}{N} = \frac{1}{\text{card}(\Theta)} \quad \forall \theta_i \in \Theta \quad (3.9)$$

**Exemple 7** Considérons un exemple dans lequel un capteur fournit la longueur d'une cible, avec une imprécision considérable si bien que l'information est certaine.

L'information est donc “*La longueur de la cible est comprise entre 15 et 40 mètres avec un degré de confiance de 90%*”. Sur les  $N = 143$  objets présents dans la base de données, les premiers 133 correspondent à la description précédente. Les 10 derniers ont une longueur qui ne se situe pas dans l'intervalle spécifié. En tenant compte de l'ignorance partielle, on peut calculer la probabilité de chacune des propositions :

$$P[\theta_1] = P[\theta_2] = \dots = P[\theta_{133}] = \frac{0.9}{133} = 0.0068$$

$$P[\theta_{134}] = P[\theta_{135}] = \dots = P[\theta_{143}] = \frac{0.1}{10} = 0.0100$$

On arrive ici à un paradoxe : les propositions qui font partie de l'information plus certaine se voient attribuer des probabilités (degrés de confiance) moins élevés que les propositions qui font partie de l'information incertaine. Ce contre-exemple montre en fait qu'il faut utiliser la définition de l'ignorance avec précaution, car elle ne peut pas modéliser correctement les cas d'imprécision.

## Combinaison d'informations

**Définition 1** La **probabilité conditionnelle** d'un événement  $A$ , connaissant l'événement  $B$ , est exprimée par :

$$P[A|B] = \frac{P[A \cap B]}{P[B]} \quad (3.10)$$

### 1. La loi de Bayes :

$$P[A|B] = \frac{P[B|A]P[A]}{P[B]} \quad (3.11)$$

où la probabilité totale  $P[B] = \sum_{C \in \mathcal{P}} P[B|C]P[C]$  et  $\mathcal{P}$  est une partition de  $\Theta$ .

**2. Règle du consensus :** Soit  $\{S_k\}_{k=1}^{k=K}$  une partition de  $\Theta_0$  (ensemble des sources d'information) et  $A$  un événement du cadre de discernement  $\Theta$  ( $A \subseteq \Theta$ ). Alors la probabilité totale de  $A$  est donnée par :

$$P[A] = \sum_{k=1}^K P[A|S_k]P[S_k] \quad (3.12)$$

Ceci représente la première règle de combinaison d'informations dans la théorie des probabilités.. Cette règle de combinaison est une règle disjonctive.

**Exemple 8** On considère trois sources d'informations formant l'ensemble  $\Theta_0$ . La confiance accordée aux sources ainsi que les probabilités conditionnelles que ces sources fournissent sont présentées dans la table 3.1.

Sources	Source $S_1$	Source $S_2$	Source $3S_3$ )
Confiances accordées aux sources $P[S_k] \quad k = 1,2,3$	$P[S_1] = 0.25$	$P[S_2] = 0.25$	$P[S_3] = 0.5$
$P[\theta_1 S_k] \quad k = 1,2,3$	0.4	0	0.6
$P[\theta_2 S_k] \quad k = 1,2,3$	0.3	0.5	0
$P[\theta_3 S_k] \quad k = 1,2,3$	0.2	0.3	0.2
$P[\theta_4 S_k] \quad k = 1,2,3$	0.1	0.2	0.2

**Tab. 3.1** – Application du théorème de la probabilité totale

En appliquant le théorème de la probabilité totale on obtient les probabilités suivantes :

$$\begin{aligned}
 P[\theta_1] &= P[\theta_1|S_1]P[S_1] + P[\theta_1|S_2]P[S_2] + P[\theta_1|S_3]P[S_3] = \\
 &= 0.4 \times 0.25 + 0 \times 0.25 + 0.6 \times 0.5 = 0.4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P[\theta_2] &= P[\theta_2|S_1]P[S_1] + P[\theta_2|S_2]P[S_2] + P[\theta_2|S_3]P[S_3] = \\
 &= 0.3 \times 0.25 + 0.5 \times 0.25 + 0 \times 0.5 = 0.2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P[\theta_3] &= P[\theta_3|S_1]P[S_1] + P[\theta_3|S_2]P[S_2] + P[\theta_3|S_3]P[S_3] = \\
 &= 0.2 \times 0.25 + 0.3 \times 0.25 + 0.2 \times 0.5 = 0.225
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P[\theta_4] &= P[\theta_4|S_1]P[S_1] + P[\theta_4|S_2]P[S_2] + P[\theta_4|S_3] \times P[S_3] = \\
 &= 0.1 \times 0.25 + 0.2 \times 0.25 + 0.2 \times 0.5 = 0.175
 \end{aligned}$$

En utilisant la méthode de combinaison définie par le théorème de la probabilité totale, l'information finale nous permet de conclure que l'objet  $\theta_1$  représente la cible la plus probable.

3. On dit que deux événements  $A$  et  $B$  sont indépendants si et seulement si :

$$P[A \cap B] = P[A]P[B] \quad (3.13)$$

L'équation (3.13) peut être considérée comme une troisième méthode de combinaison des informations dans la théorie des probabilités, après le calcul de la probabilité totale. Cette méthode de combinaison est une méthode conjonctive. Elle correspond à la règle de Dempster (section 3.3) quand les fonctions de croyances sont définies seulement pour des singletons (Dempster [5]).

**Conséquence 3** Le fait que deux événements  $A$  et  $B$  soient indépendants implique (d'après l'équation (3.13)) que :

$$P[B|A] = P[B] \quad \text{et} \quad P[A|B] = P[A] \quad (3.14)$$

Ceci veut dire que la connaissance *a priori* d'un des deux événements n'influence en rien la connaissance de l'autre.

**Exemple 9** Soient deux capteurs fournissant des informations concernant la longueur et la vitesse d'un objet observé :

Longueur (m)	58	59	60	61	62
Confiances	0.1	0.2	0.4	0.2	0.1

Vitesse (m/s)	490	500	510
Confiances	0.2	0.6	0.2

**Tab. 3.2** – *Exemple d'informations concernant les longueurs et les vitesses*

Les deux informations étant indépendantes, on peut les combiner à l'aide de l'équation (3.13). Mais avant de les combiner, on extrait à partir de la base de données, les objets dont les caractéristiques se retrouvent dans la table 3.2. Les nouvelles informations sont présentées dans la table 3.3.

Propositions	$\theta_3$	$\theta_7$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_9$
Probabilités	0.1	0.2	0.4	0.2	0.1

Propositions	$\theta_1$	$\theta_4$	$\theta_9$
Probabilités	0.2	0.6	0.2

**Tab. 3.3** – *Exemple de propositions pour les informations concernant les longueurs et les vitesses*

En appliquant la règle de combinaison des informations indépendantes on obtient que les seules propositions qui correspondent aux deux informations sont les objets  $\theta_1$  et  $\theta_9$  avec des probabilités finales de 0.08 et 0.02 respectivement. En normalisant ces valeurs, les probabilités finales des propositions sont présentées dans la table 3.4.

Propositions finales	$\theta_1$	$\theta_9$
Probabilités	0.8	0.2

**Tab. 3.4** – *Propositions finales*

## Décision

Dans la théorie des probabilités, le singleton qui possède la plus grande probabilité est le singleton choisi. Si plusieurs singletons possèdent la même probabilité, alors ils sont équiprobables et aucune décision ne peut être prise.

$$\theta_{\text{observé}} = \text{Arg}\{\max_{\theta \in \Theta} \{P[\theta]\}\} \quad (3.15)$$

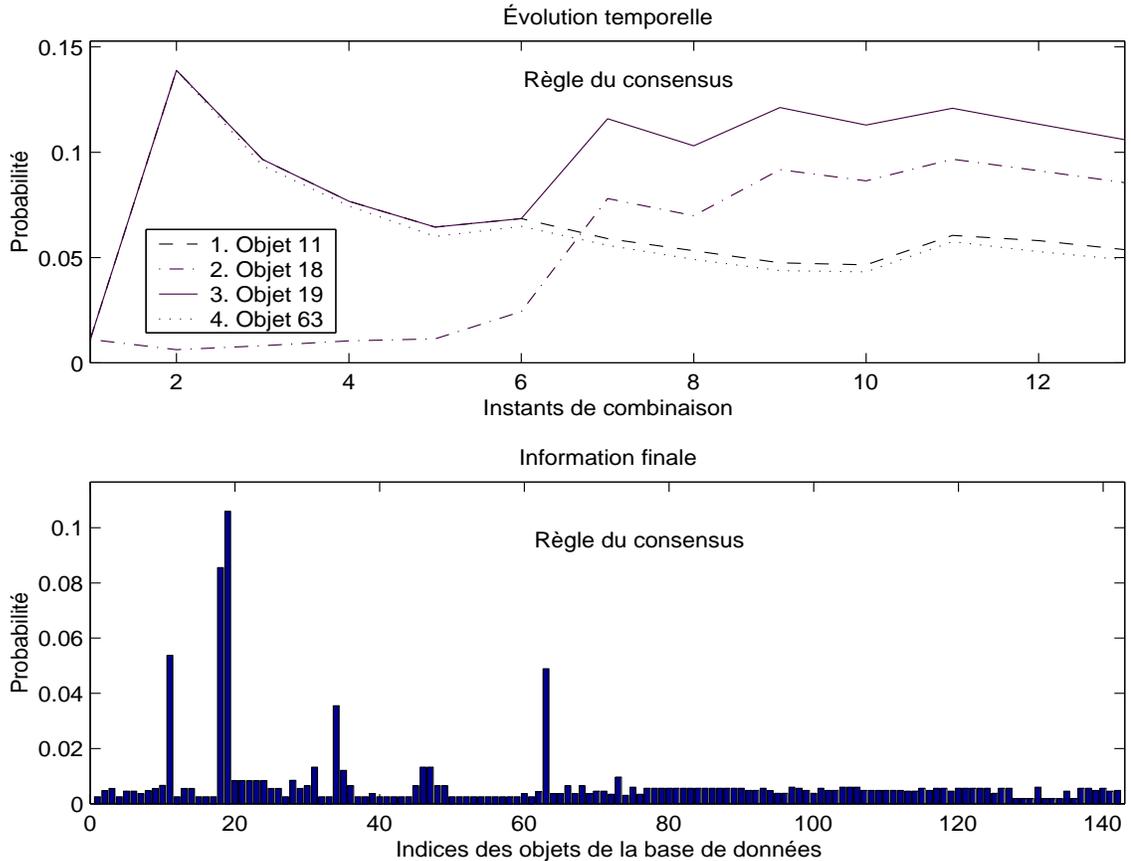
### 3.2.3 Étude des scénarios

Comme nous l'avons déjà précisé dans la section 1.5, nous allons étudier deux scénarios correspondant à la cible n° 1 de l'exemple 1.1. Le premier est un scénario test construit d'informations imparfaites mais cohérentes. Dans le deuxième scénario test on introduit une contre-mesure. Cette contre-mesure est introduite dans le processus de fusion à l'instant n° 5, pour étudier comment les systèmes de fusion sont capables

Instant	Information	Modélisation	Propositions associées
1	Type cible = bateau	$P[\text{bateau}] = 0.8$ $P[\text{bateau}] = 0.2$	bateau = $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{70}, \theta_{71}, \theta_{73}\}$
2	Émetteur 44 présent	$P[\text{émetteur 44}] = 0.8$ $P[\text{émetteur 44}] = 0.2$	émetteur 44 = $\{\theta_{11}, \theta_{19}, \theta_{63}\}$
3	Longueur petite longueur $\in [0,100]$ m	$P[\text{longueur petite}] = 0.8$ $P[\text{longueur petite}] = 0.2$	longueur petite = $\{\theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{28}, \theta_{62}, \theta_{72}, \theta_{73}, \theta_{75}, \dots, \theta_{127}, \theta_{131}, \theta_{135}, \theta_{137}, \dots, \theta_{142}\}$
4	SER <sub>côté</sub> moyenne SER <sub>côté</sub> $\in [2,15] \times 10^4$ dm <sup>2</sup>	$P[\text{SER}_{\text{côté}} \text{ moyenne}] = 0.8$ $P[\text{SER}_{\text{côté}} \text{ moyenne}] = 0.2$	SER <sub>côté</sub> moyenne = $\{\theta_2, \theta_3, \theta_5, \theta_6, \theta_8, \theta_9, \theta_{11}, \theta_{13}, \theta_{14}, \theta_{18}, \dots, \theta_{26}, \theta_{28}, \dots, \theta_{31}, \theta_{34}, \theta_{36}, \theta_{39}, \theta_{45}, \dots, \theta_{49}, \theta_{60}, \theta_{62}, \dots, \theta_{71}, \theta_{73}, \theta_{95}, \theta_{96}, \theta_{125}, \theta_{131}\}$
5	Émetteur 77 présent	$P[\text{émetteur 77}] = 0.8$ $P[\text{émetteur 77}] = 0.2$	émetteur 77 = $\{\theta_{29}, \theta_{33}, \theta_{35}, \theta_{36}\}$
6	Hauteur petite hauteur $\in [0,5]$ m	$P[\text{hauteur petite}] = 0.8$ $P[\text{hauteur petite}] = 0.2$	hauteur petite = $\{\theta_2, \theta_3, \theta_8, \dots, \theta_{11}, \theta_{13}, \theta_{14}, \theta_{18}, \dots, \theta_{26}, \theta_{28}, \theta_{29}, \theta_{34}, \theta_{73}, \dots, \theta_{90}, \theta_{93}, \theta_{94}, \theta_{98}, \theta_{101}, \theta_{115}, \theta_{117}, \theta_{118}, \theta_{120}, \dots, \theta_{124}, \theta_{126}, \theta_{127}, \theta_{137}, \theta_{138}, \theta_{140}\}$
7	Émetteur 47 présent	$P[\text{émetteur 47}] = 0.8$ $P[\text{émetteur 47}] = 0.2$	émetteur 47 = $\{\theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{31}, \theta_{34}, \theta_{35}, \theta_{46}, \theta_{47}, \theta_{63}\}$
8	Émetteur 55 présent	$P[\text{émetteur 55}] = 0.8$ $P[\text{émetteur 55}] = 0.2$	émetteur 55 = $\{\theta_{18}, \theta_{19}\}$
9	Largeur petite largeur $\in [0,15]$ m	$P[\text{largeur petite}] = 0.8$ $P[\text{largeur petite}] = 0.2$	largeur petite = $\{\theta_3, \theta_5, \theta_6, \theta_9, \dots, \theta_{11}, \theta_{13}, \theta_{14}, \theta_{18}, \dots, \theta_{26}, \theta_{28}, \theta_{29}, \theta_{34}, \theta_{70}, \dots, \theta_{73}, \theta_{76}, \dots, \theta_{90}, \theta_{93}, \theta_{98}, \theta_{101}, \theta_{113}, \dots, \theta_{115}, \theta_{117}, \dots, \theta_{124}, \theta_{126}, \theta_{127}, \theta_{135}, \theta_{137}, \theta_{138}, \theta_{140}, \theta_{141}\}$
10	Émetteur 56 présent	$P[\text{émetteur 56}] = 0.8$ $P[\text{émetteur 56}] = 0.2$	émetteur 56 = $\{\theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{34}\}$
11	Émetteur 103 présent	$P[\text{émetteur 103}] = 0.8$ $P[\text{émetteur 103}] = 0.2$	émetteur 103 = $\{\theta_{11}, \theta_{18}, \dots, \theta_{24}, \theta_{30}, \theta_{31}, \theta_{34}, \theta_{35}, \theta_{36}, \theta_{45}, \dots, \theta_{49}, \theta_{63}, \theta_{67}, \theta_{69}\}$
12	Émetteur 109 présent	$P[\text{émetteur 109}] = 0.8$ $P[\text{émetteur 109}] = 0.2$	émetteur 109 = $\{\theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{63}\}$
13	SER <sub>dessus</sub> petite SER <sub>dessus</sub> $\in [1,10] \times 10^4$ dm <sup>2</sup>	$P[\text{SER}_{\text{dessus}} \text{ petite}] = 0.8$ $P[\text{SER}_{\text{dessus}} \text{ petite}] = 0.2$	SER <sub>dessus</sub> petite = $\{\theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{28}, \theta_{73}, \theta_{75}, \theta_{91}, \theta_{92}, \theta_{97}, \theta_{99}, \theta_{102}, \dots, \theta_{112}, \theta_{116}, \theta_{131}, \theta_{139}, \theta_{142}\}$
14	SER <sub>face</sub> très petite SER <sub>face</sub> $\in [0,3000]$ dm <sup>2</sup>	$P[\text{SER}_{\text{face}} \text{ très petite}] = 0.8$ $P[\text{SER}_{\text{face}} \text{ très petite}] = 0.2$	SER <sub>face</sub> très petite = $\{\theta_7, \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{72}, \theta_{73}, \theta_{74}, \theta_{76}, \dots, \theta_{80}, \theta_{93}, \theta_{94}, \theta_{97}, \theta_{98}, \theta_{100}, \theta_{101}, \theta_{104}, \theta_{105}, \theta_{106}, \theta_{113}, \theta_{114}, \theta_{115}, \theta_{117}, \dots, \theta_{124}, \theta_{126}, \theta_{127}, \theta_{135}, \theta_{137}, \theta_{138}, \theta_{140}, \theta_{141}\}$

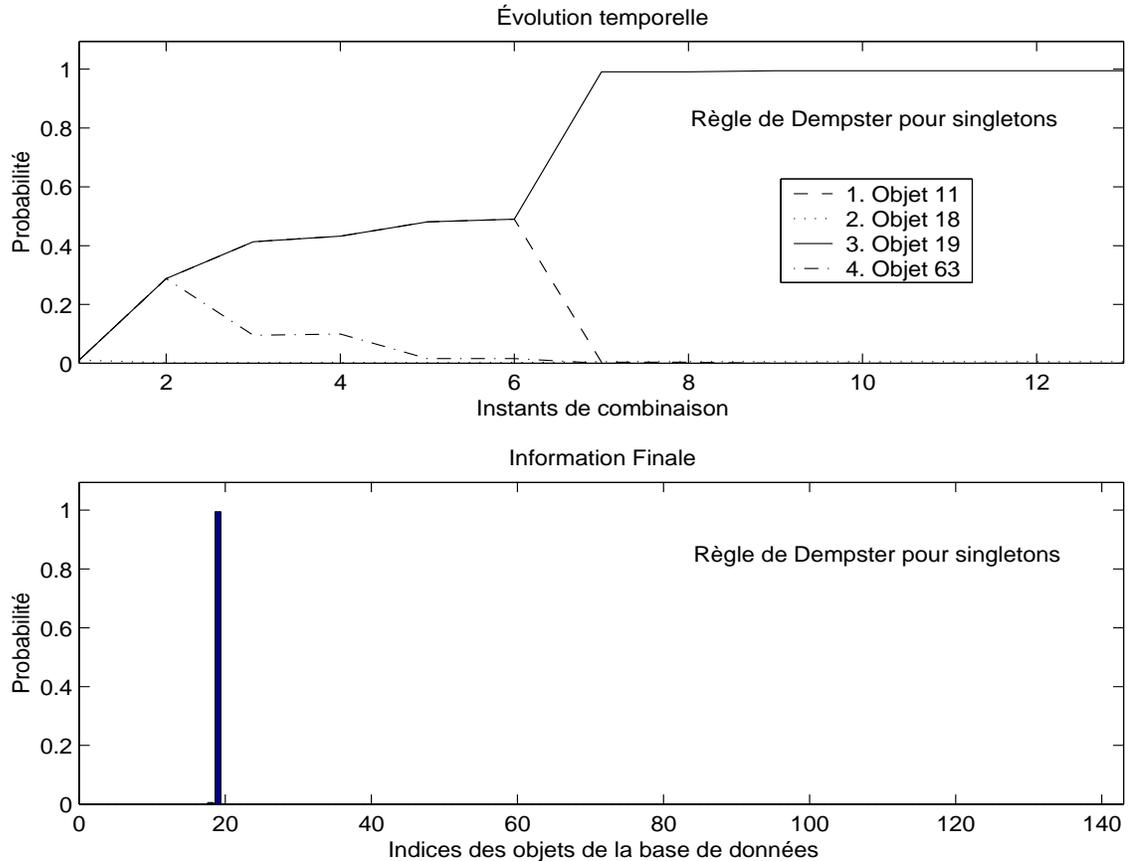
**Tab. 3.5** – Modélisation dans la théorie des probabilités des informations utilisées dans les scénarios tests

de se rattraper. Il faut tenir compte du fait que l'emplacement d'une information dans le système de fusion n'est pas indifférent car les méthodes de combinaisons n'ont pas toutes la propriété d'associativité (à cause de la normalisation qui parfois est imposée).



**Fig. 3.1** – *Théorie des probabilités - Scénario test 1 - Règle du consensus*

Dans la table 3.5, on présente les modélisations possibles dans la théorie des probabilités ainsi que l'ensemble de propositions produit par chacune des informations. Les résultats obtenus pour le scénario 1, en appliquant les deux règles de combinaison - la règle du consensus et la règle (équation (3.12)) de Dempster appliquée aux singletons (équation (3.13)) - sont présentées dans les figures 3.1 et 3.2. Les instants de combinaison  $i > 5$  du scénario test 1 correspondent à la fusion de l'information  $i - 1$ , car l'information n° 5 n'est pas insérée dans le processus de fusion. Cette précision reste valable tout au long de ce travail. Le résultat obtenu pour le scénario 2, en

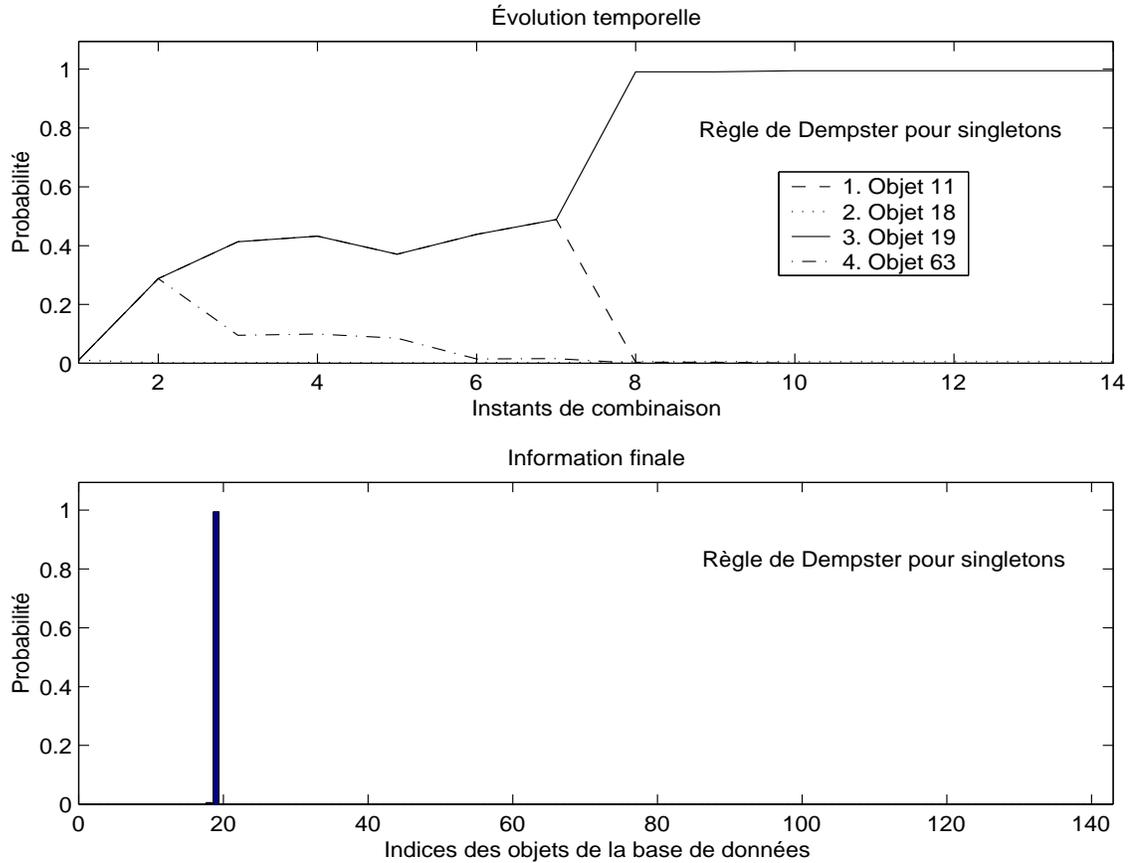


**Fig. 3.2** – *Théorie des probabilités - Scénario test 1 - Règle de Dempster pour singletons* appliquant la règle de Dempster appliqué aux singletons, est présenté dans la figure 3.3.

Les résultats obtenus pour les scénarios tests 1 et 2 mettent en évidence l'objet n° 19 de la base de données qui comporte la probabilité finale la plus grande par rapport à tous les objets de la base de données. C'est l'objet qui était observé en réalité. L'identification est faite sans aucune ambiguïté.

En utilisant la règle de Dempster pour les singletons, avec le scénario 1 ou le scénario 2, les résultats finaux sont pratiquement les mêmes. Dans la figure 3.3 on observe une légère diminution des probabilités des singletons représentatifs à l'instant de combinaison n° 5, qui correspond à l'insertion de la contre-mesure. Mais après la fusion de deux informations suivantes, la contre-mesure a été complètement éliminée.

La règle de Bayes n'est pas étudiée dans ce travail, car dès le départ de cette



**Fig. 3.3** – *Théorie des probabilités - Scénario test 2 - Règle de Dempster pour singletons*  
 étude on considère que les informations sont indépendantes. Cette hypothèse rend inutilisable cette méthode de combinaison (de conditionnement). Pour que la règle de Bayes puisse être applicable il faut connaître la matrice de corrélation entre les différentes informations introduites dans le système de fusion.

### 3.3 La théorie de l'évidence

#### 3.3.1 Introduction

La théorie de l'évidence, connue aussi sous le nom de théorie de Dempster-Shafer d'après le nom des auteurs (Dempster [5] et Shafer [6]), s'est avérée nécessaire pour répondre au besoin de travailler avec des informations imprécises, car la théorie des probabilités ne répondait pas correctement à ce besoin. Elle est considérée comme une

généralisation de la théorie des probabilités, car en plus de l'habilité que possède la théorie des probabilités pour traiter les informations incertaines, elle peut aussi opérer sur des informations possédant une combinaison d'incertitude et d'imprécision.

### 3.3.2 Description de la théorie

#### Axiomes et définitions

Dans le cadre de la théorie des probabilités, on a défini la *mesure de probabilité* pour quantifier la confiance accordée à une information. Une information imprécise dans la théorie des probabilités doit satisfaire la condition 3 (équation (3.5)), condition qui impose une dépendance entre la probabilité de l'ensemble  $A$  et les probabilités des singletons  $\theta_i \in A$ . Cette contrainte nuit à une modélisation efficace des informations imprécises. La théorie de l'évidence tente de résoudre ce problème.

**Définition 2** On appelle la **fonction de masse** d'un sous-ensemble  $A \subseteq \Theta$  le degré de confiance accordé exactement à ce sous-ensemble. La fonction de masse  $m : 2^\Theta \rightarrow [0,1]$  doit satisfaire trois conditions :

1. la masse de l'ensemble vide est nulle (hypothèse d'un univers clos) :

$$m[\emptyset] = 0 \tag{3.16}$$

2. la masse d'un événement est toujours positive et inférieure ou égale à l'unité :

$$0 \leq m[A] \leq 1 \quad \forall A \subseteq \Theta \tag{3.17}$$

3. la somme des masses de tous les événements est égale à l'unité :

$$\sum_{A \subseteq \Theta} m(A) = 1 \tag{3.18}$$

La fonction de distribution de probabilité et la fonction de masse sont définies sur l'ensemble  $2^\Theta$ . Cependant, la fonction de distribution de probabilité ne caractérise que l'ensemble  $\Theta$  (à cause de la contrainte 3.5), tandis que la fonction masse caractérise entièrement l'ensemble  $2^\Theta$ .

**Définition 3** On définit aussi une mesure de **credence** qui représente la confiance totale dont un événement peut bénéficier. La fonction de croyance,  $\text{Bel} : 2^\Theta \rightarrow [0,1]$ , est définie à partir de la fonction masse par :

$$\text{Bel}(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B) \quad \forall A \subseteq \Theta \quad (3.19)$$

Cette fonction de croyance satisfait les trois axiomes suivants :

1. la croyance de l'ensemble vide est nulle et la croyance du cadre de discernement est égale à l'unité :

$$\text{Bel}(\emptyset) = 0 \quad (3.20)$$

$$\text{Bel}(\Theta) = 1 \quad (3.21)$$

2. la croyance d'un événement est toujours positive et inférieure ou égale à l'unité :

$$0 \leq \text{Bel}(A) \leq 1 \quad \forall A \in 2^\Theta \quad (3.22)$$

3. la croyance de l'union de deux événements satisfait la relation suivante:

$$\text{Bel}(A \cup B) \geq \text{Bel}(A) + \text{Bel}(B) - \text{Bel}(A \cap B) \quad \forall A, B \in 2^\Theta \quad (3.23)$$

Quand l'égalité apparaît dans l'équation (3.23), la fonction de croyance est appelée une fonction de **credence bayésienne** et est en fait une fonction de probabilité. La théorie de l'évidence se réduit dans ce cas à la théorie des probabilités.

**Définition 4** Une fonction de **plausibilité**,  $\text{Pl} : 2^\Theta \rightarrow [0,1]$ , est définie par :

$$\text{Pl}(A) = \sum_{B \cap A \neq \emptyset} m(B) \quad \forall A \subseteq \Theta \quad (3.24)$$

La plausibilité représente la borne supérieure jusqu'à laquelle on considère  $A$  crédible.

Entre la fonction de plausibilité et la fonction de croyance existe une relation de dualité. En connaissant une de ces fonctions on peut déduire l'autre :

$$\text{Bel}(A) = 1 - \text{Pl}(\overline{A}) \quad (3.25)$$

## Ignorance

Dans le cadre de la théorie de l'évidence, l'ignorance est exprimée par  $m(\Theta) > 0$ .  $m(\Theta)$  représente ainsi la confiance que l'on accorde au fait que l'objet recherché soit dans  $\Theta$ . Un cas d'ignorance totale est exprimé par  $m(\Theta) = 1$ , situation dans laquelle on considère que l'objet appartient à la base de données sans pouvoir donner plus de précision.

**Exemple 10** Soit une cible observée dont la vitesse est donnée par la table 3.6.

Vitesse (m/s)	10	11	12	inconnue
Confiance	0.1	0.7	0.1	0.1

**Tab. 3.6** – *Exemple de vitesse*

On extrait alors de la base de données les objets qui ont une vitesse de croisière telle que présentée ci-dessus et l'information peut ainsi être présentée dans la table 3.7.

Propositions	$\{\theta_1, \theta_7, \theta_9\}$	$\{\theta_{12}, \theta_{19}, \theta_2, \theta_{25}, \theta_6\}$	$\{\theta_4, \theta_{10}\}$	$\Theta$
Masse	0.1	0.7	0.1	0.1

**Tab. 3.7** – *Propositions pour les vitesses*

Cet exemple montre une façon de modéliser une information en faisant intervenir l'ignorance.

## Combinaison d'informations

**Définition 5 (Règles de combinaison)** Soient deux fonctions de masses  $m_1$  et  $m_2$ , définies sur le cadre de discernement  $\Theta$ . On définit la **combinaison conjonctive** de ces deux fonctions par la relation :

$$(m_1 \wedge m_2)(C) = \sum_{A \cap B = C} m_1(A)m_2(B) \quad \forall C \subseteq \Theta \quad (3.26)$$

De la même manière on définit la **combinaison disjonctive** de ces deux fonctions par la relation :

$$(m_1 \vee m_2)(C) = \sum_{A \cup B = C} m_1(A)m_2(B) \quad \forall C \subseteq \Theta \quad (3.27)$$

La combinaison conjonctive peut nécessiter une normalisation par rapport à la masse finale de l'ensemble vide ( $m(\emptyset)$ ), pour respecter la condition (3.16), car la masse finale de l'ensemble vide n'est pas nécessairement nulle après combinaison. Ainsi, la **combinaison conjonctive normalisée**, connue sous le nom de **combinaison de Dempster**, devient :

$$(m_1 \oplus m_2)(C) = \frac{\sum_{A \cap B = C} m_1(A)m_2(B)}{1 - \sum_{A \cap B = \emptyset} m_1(A)m_2(B)} \quad \forall C \subseteq \Theta \quad (3.28)$$

**Exemple 11** Soient deux sources qui fournissent des informations sur la présence à bord de la cible des émetteurs 44 et 55 (table 3.8).

	Émetteur 44	Émetteur 55
Présence détectée	présent	présent
Fiabilité de la source	80%	80%

**Tab. 3.8** – *Présence des capteurs 44 et 55 au bord de la cible recherchée*

Propositions	$\{\theta_{11}, \theta_{19}, \theta_{63}\}$	$\Theta$
$m_{44}$	0.8	0.2

Propositions	$\{\theta_{18}, \theta_{19}\}$	$\Theta$
$m_{55}$	0.8	0.2

**Tab. 3.9** – *Propositions obtenues pour la présence des émetteurs 44 et 55*

On extrait ensuite les propositions de la base de données qui correspondent aux informations de la table 3.8 et on réalise une modélisation dans la théorie de l'évidence (table 3.9).

$m_{44}$ / $m_{55}$	$\{\theta_{11}, \theta_{19}, \theta_{63}\} - 0.8$	$\Theta - 0.2$
$\{\theta_{18}, \theta_{19}\} - 0.8$	$\{\theta_{19}\} - 0.64$	$\{\theta_{18}, \theta_{19}\} - 0.16$
$\Theta - 0.2$	$\{\theta_{11}, \theta_{19}, \theta_{63}\} - 0.16$	$\Theta - 0.04$

Plausibilité				
$\theta_{11}$	$\theta_{18}$	$\theta_{19}$	$\theta_{63}$	Les autres
0.2	0.2	1	0.2	0.04

**Tab. 3.10** – Résultats de la combinaison conjonctive

$m_{44}$ / $m_{55}$	$\{\theta_{11}, \theta_{19}, \theta_{63}\} - 0.8$	$\Theta - 0.2$
$\{\theta_{18}, \theta_{19}\} - 0.8$	$\{\theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{63}\} - 0.64$	$\Theta - 0.16$
$\Theta - 0.2$	$\Theta - 0.16$	$\Theta - 0.04$

Plausibilité				
$\theta_{11}$	$\theta_{18}$	$\theta_{19}$	$\theta_{63}$	Les autres
1	1	1	1	0.36

**Tab. 3.11** – Résultats de la combinaison disjonctive

Dans les tables 3.10 et 3.11, on réalise les combinaisons conjonctive et disjonctive respectivement des informations précédentes.

On remarque que suite à la combinaison conjonctive l'objet de la base de données qui ressemble le plus à la cible observée (possédant la plus grande plausibilité) est l'objet n° 19 (celui observé en réalité).

En appliquant la combinaison disjonctive, on obtient un résultat trop difficile à exploiter car plusieurs objets possèdent des plausibilités maximales ce qui fait d'eux des candidats potentiels pour la prise de décision.

Plus la masse de l'ensemble vide est grande, après qu'une combinaison non normalisée soit réalisée, plus les deux informations sont en conflit.

**Définition 6** On appelle le **poids de conflit** entre deux fonctions de croyance  $Bel_1$  et  $Bel_2$ , noté  $Con(Bel_1, Bel_2)$ , la quantité suivante :

$$Con(Bel_1, Bel_2) = -\log\left(1 - \sum_{A \cap B = \emptyset} m_1(A)m_2(B)\right) \quad (3.29)$$

Les règles de combinaisons sont applicables si le conflit entre deux fonctions de croyance n'est pas très élevé. La borne supérieure du conflit après laquelle les deux informations ne sont plus combinables est encore en étude (Liu [18]).

## Décision

Plusieurs règles de décision existent pour la théorie de l'évidence.

1. Le **maximum de plausibilité** :

$$\text{Max Pl} : \theta_{\text{observé}} = \text{Arg}\left\{\max_{\theta \in \Theta} [\text{Pl}(\theta)]\right\} \quad (3.30)$$

2. Le **maximum de BetP** :

$$\text{Max BetP} : \theta_{\text{observé}} = \text{Arg}\left\{\max_{\theta \in \Theta} [\text{BetP}(\theta)]\right\} \quad (3.31)$$

où la fonction  $\text{BetP}(\theta)$  représente la transformation pignistique d'une fonction de croyance vers une fonction de croyance bayésienne, qui a été proposée par Smets [9] :

$$\text{BetP}(\theta) = \sum_{\theta \in A, A \subseteq \Theta} \frac{m(A)}{\text{card}(A)} \quad \forall \theta \in \Theta \quad (3.32)$$

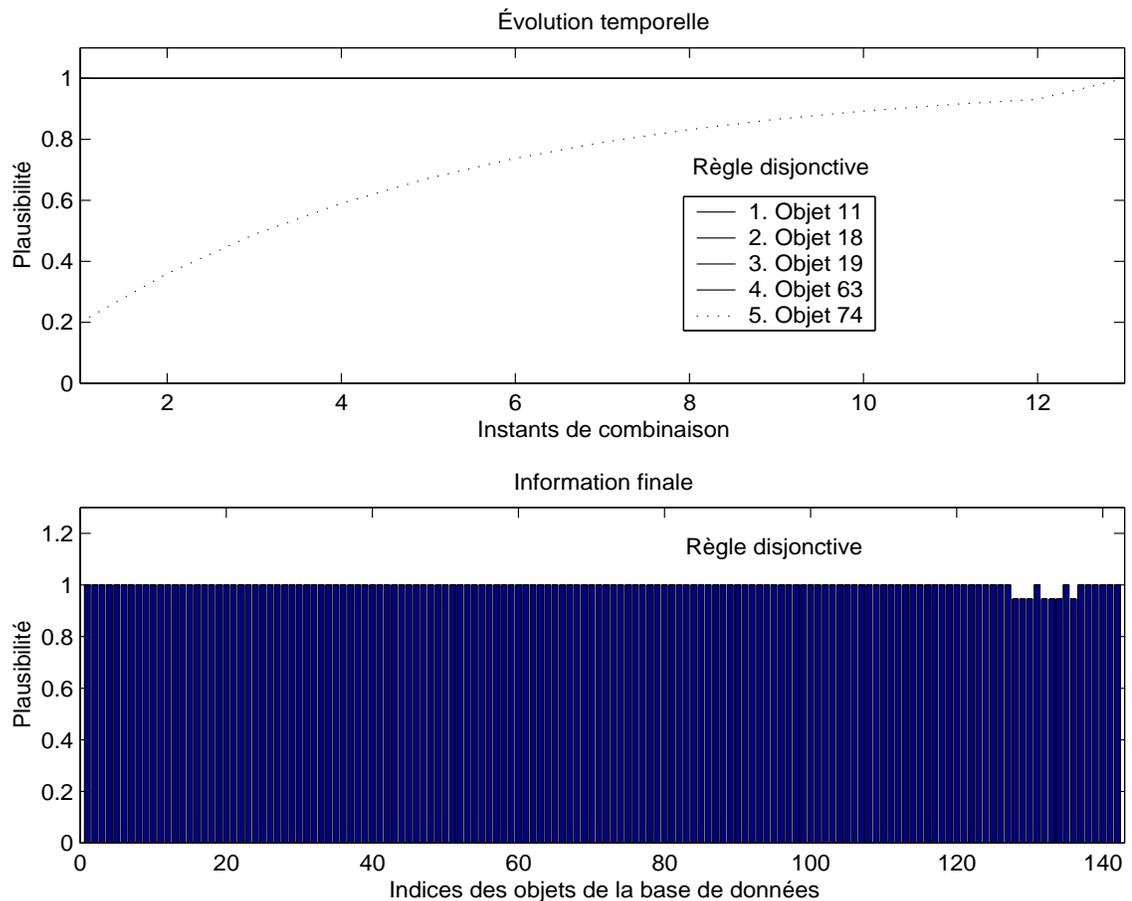
3. Le **maximum d'intervalle moyen d'utilité** est une autre règle de décision qui a été proposée par Cheaito [19].

Plusieurs autres règles de décision existent, mais leur classification dépasse le cadre du travail qu'on se propose de réaliser.

### 3.3.3 Étude des scénarios

Dans la table 3.12 on présente la modélisation des informations des deux scénarios tests.

La grande différence dans la modélisation par rapport à la théorie des probabilités, est que l'équation (3.6) n'est plus imposée et la confiance résiduelle est allouée à l'ignorance ( $\Theta$ ).



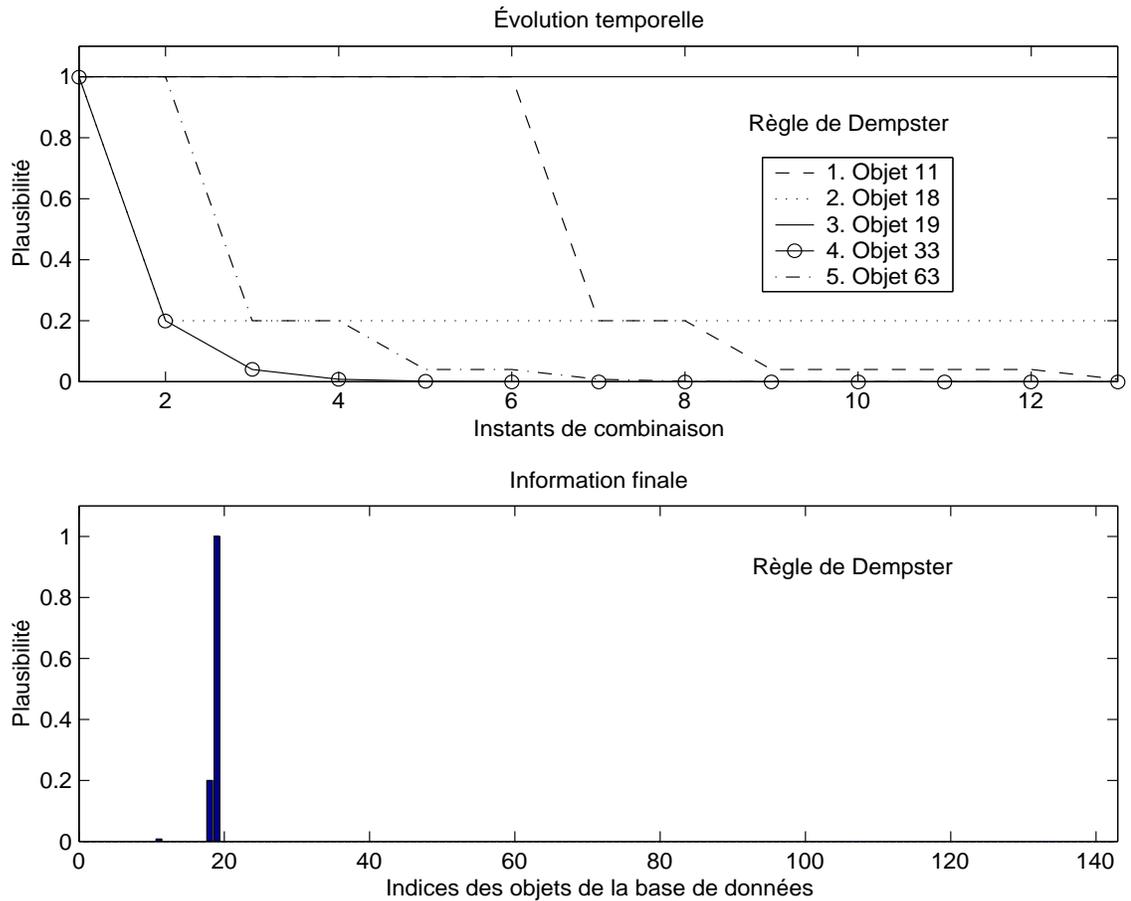
**Fig. 3.4** – *Théorie de l'évidence - Scénario test 1 - Règle disjonctive*

Les figures 3.4 et 3.5 montrent les résultats du scénario test 1 en appliquant la règle de combinaisons disjonctive et la règle de Dempster respectivement. On peut observer qu'après la combinaison disjonctive la masse accordée à l'ignorance croît après la fusion de chaque nouvelle information, ce qui rend impossible une prise de

Instant	Information	Modélisation	Propositions associées
1	Type cible = bateau	$m(\text{bateau}) = 0.8$ $m(\Theta) = 0.2$	bateau = $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{70}, \theta_{71}, \theta_{73}\}$
2	Émetteur 44 présent	$m(\text{émetteur 44}) = 0.8$ $m(\Theta) = 0.2$	émetteur 44 = $\{\theta_{11}, \theta_{19}, \theta_{63}\}$
3	Longueur petite longueur $\in [0,100]$ m	$m(\text{longueur petite}) = 0.8$ $m(\Theta) = 0.2$	longueur petite = $\{\theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{28}, \theta_{62}, \theta_{72}, \theta_{73}, \theta_{75}, \dots, \theta_{127}, \theta_{131}, \theta_{135}, \theta_{137}, \dots, \theta_{142}\}$
4	SER <sub>côté</sub> moyenne SER <sub>côté</sub> $\in [2,15] \times 10^4$ dm <sup>2</sup>	$m(\text{SER}_{\text{côté}} \text{ moyenne}) = 0.8$ $m(\Theta) = 0.2$	SER <sub>côté</sub> moyenne = $\{\theta_2, \theta_3, \theta_5, \theta_6, \theta_8, \theta_9, \theta_{11}, \theta_{13}, \theta_{14}, \theta_{18}, \dots, \theta_{26}, \theta_{28}, \dots, \theta_{31}, \theta_{34}, \theta_{36}, \theta_{39}, \theta_{45}, \dots, \theta_{49}, \theta_{60}, \theta_{62}, \dots, \theta_{71}, \theta_{73}, \theta_{95}, \theta_{96}, \theta_{125}, \theta_{131}\}$
5	Émetteur 77 présent	$m(\text{émetteur 77}) = 0.8$ $m(\Theta) = 0.2$	émetteur 77 = $\{\theta_{29}, \theta_{33}, \theta_{35}, \theta_{36}\}$
6	Hauteur petite hauteur $\in [0,5]$ m	$m(\text{hauteur petite}) = 0.8$ $m(\Theta) = 0.2$	hauteur petite = $\{\theta_2, \theta_3, \theta_8, \dots, \theta_{11}, \theta_{13}, \theta_{14}, \theta_{18}, \dots, \theta_{26}, \theta_{28}, \theta_{29}, \theta_{34}, \theta_{73}, \theta_{77}, \dots, \theta_{90}, \theta_{93}, \theta_{94}, \theta_{98}, \theta_{101}, \theta_{115}, \theta_{117}, \theta_{118}, \theta_{120}, \dots, \theta_{124}, \theta_{126}, \theta_{127}, \theta_{137}, \theta_{138}, \theta_{140}\}$
7	Émetteur 47 présent	$m(\text{émetteur 47}) = 0.8$ $m(\Theta) = 0.2$	émetteur 47 = $\{\theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{31}, \theta_{34}, \theta_{35}, \theta_{46}, \theta_{47}, \theta_{63}\}$
8	Émetteur 55 présent	$m(\text{émetteur 55}) = 0.8$ $m(\Theta) = 0.2$	émetteur 55 = $\{\theta_{18}, \theta_{19}\}$
9	Largeur petite largeur $\in [0,15]$ m	$m(\text{largeur petite}) = 0.8$ $m(\Theta) = 0.2$	largeur petite = $\{\theta_3, \theta_5, \theta_6, \theta_9, \dots, \theta_{11}, \theta_{13}, \theta_{14}, \theta_{18}, \dots, \theta_{26}, \theta_{28}, \theta_{29}, \theta_{34}, \theta_{70}, \dots, \theta_{73}, \theta_{76}, \dots, \theta_{90}, \theta_{93}, \theta_{98}, \theta_{101}, \theta_{113}, \dots, \theta_{115}, \theta_{117}, \dots, \theta_{124}, \theta_{126}, \theta_{127}, \theta_{135}, \theta_{137}, \theta_{138}, \theta_{140}, \theta_{141}\}$
10	Émetteur 56 présent	$m(\text{émetteur 56}) = 0.8$ $m(\Theta) = 0.2$	émetteur 56 = $\{\theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{34}\}$
11	Émetteur 103 présent	$m(\text{émetteur 103}) = 0.8$ $m(\Theta) = 0.2$	émetteur 103 = $\{\theta_{11}, \theta_{18}, \dots, \theta_{24}, \theta_{30}, \theta_{31}, \theta_{34}, \theta_{35}, \theta_{36}, \theta_{45}, \dots, \theta_{49}, \theta_{63}, \theta_{67}, \theta_{69}\}$
12	Émetteur 109 présent	$m(\text{émetteur 109}) = 0.8$ $m(\Theta) = 0.2$	émetteur 109 = $\{\theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{63}\}$
13	SER <sub>dessus</sub> petite SER <sub>dessus</sub> $\in [1,10] \times 10^4$ dm <sup>2</sup>	$m(\text{SER}_{\text{dessus}} \text{ petite}) = 0.8$ $m(\Theta) = 0.2$	SER <sub>dessus</sub> petite = $\{\theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{28}, \theta_{73}, \theta_{75}, \theta_{91}, \theta_{92}, \theta_{97}, \theta_{99}, \theta_{102}, \dots, \theta_{112}, \theta_{116}, \theta_{131}, \theta_{139}, \theta_{142}\}$
14	SER <sub>face</sub> très petite SER <sub>face</sub> $\in [0,3000]$ dm <sup>2</sup>	$m(\text{SER}_{\text{face}} \text{ très petite}) = 0.8$ $m(\Theta) = 0.2$	SER <sub>face</sub> très petite = $\{\theta_7, \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{72}, \theta_{73}, \theta_{74}, \theta_{76}, \dots, \theta_{80}, \theta_{93}, \theta_{94}, \theta_{97}, \theta_{98}, \theta_{100}, \theta_{101}, \theta_{104}, \theta_{105}, \theta_{106}, \theta_{113}, \theta_{114}, \theta_{115}, \theta_{117}, \dots, \theta_{124}, \theta_{126}, \theta_{127}, \theta_{135}, \theta_{137}, \theta_{138}, \theta_{140}, \theta_{141}\}$

**Tab. 3.12** – Modélisation dans la théorie de l'évidence des informations utilisées dans les scénarios tests

décision. Cette méthode de combinaison est déconseillée dans ce cas-ci. Durant le test avec la combinaison conjonctive (figure 3.5), on remarque que chaque fois qu'un objet n'est pas présent dans la liste des propositions d'une information, sa plausibilité se voit réduite.



**Fig. 3.5** – *Théorie de l'évidence - Scénario test 1 - Règle de Dempster*

L'introduction d'une contre-mesure dans le scénario test 2 (figure 3.6) montre que le processus de fusion produit le même résultat final que dans le scénario test 1, qui ne possède pas de contre-mesure. Les singletons représentatifs subissent une diminution de la plausibilité après l'insertion de la contre-mesure dans le processus de fusion (instant de combinaison n° 5), mais cette diminution est temporaire. En même temps, la plausibilité des singletons caractérisant la contre-mesure subie une augmentation faible et temporaire.

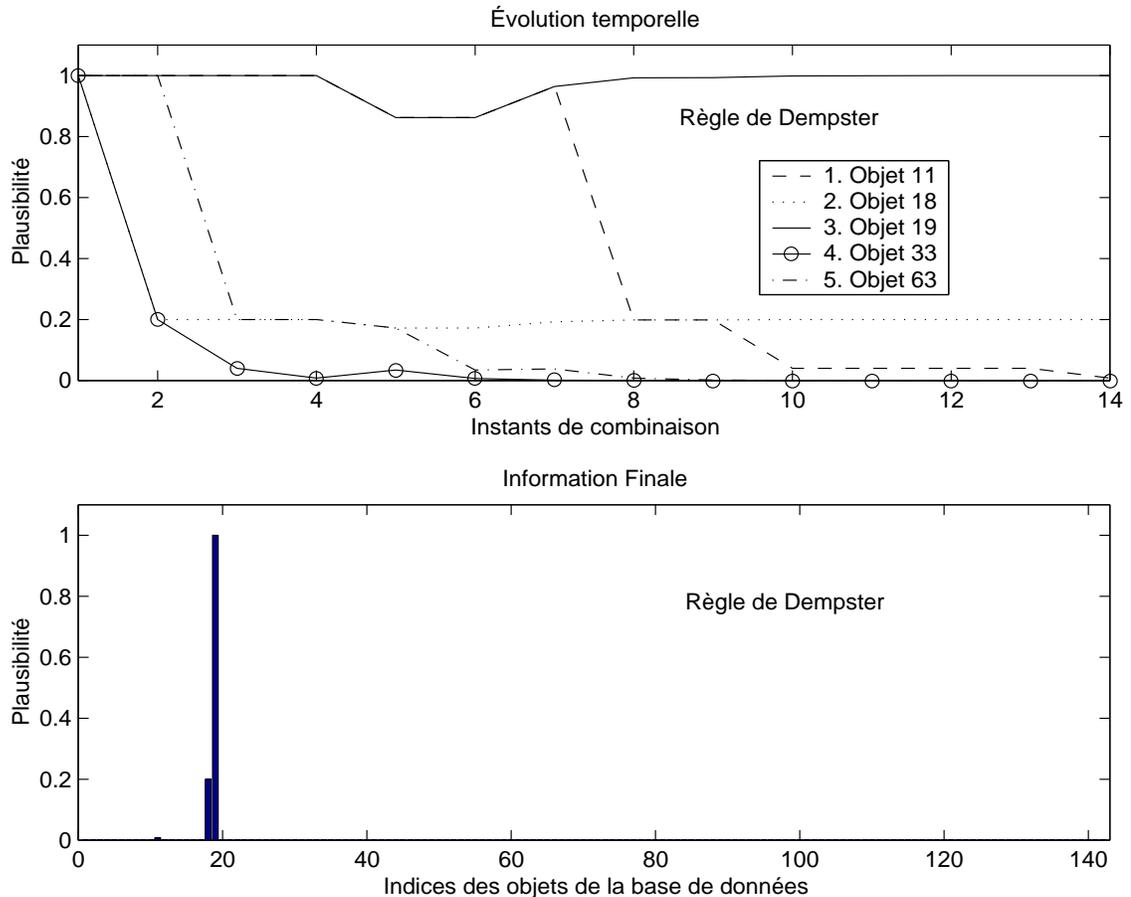


Fig. 3.6 – Théorie de l'évidence - Scénario test 2 - Règle de Dempster

## 3.4 La théorie des sous-ensembles flous

### 3.4.1 Introduction

La théorie des sous-ensembles flous a été développée par Zadeh [4] pour caractériser les informations vagues. Les deux théories précédentes, des probabilités et de l'évidence, caractérisent des situations dans lesquelles on étudie l'appartenance d'une cible inconnue (avec attributs incertains) à un sous-ensemble du cadre de discernement. La théorie des sous-ensembles flous traite les informations caractérisées par des attributs certains mais vagues : l'appartenance d'une cible inconnue (avec des attributs certains) à un sous-ensemble mal défini du cadre de discernement.

### 3.4.2 Description de la théorie

#### Axiomes et définitions

Dans la théorie classique des ensembles, on peut représenter un sous-ensemble du cadre de discernement  $A \subseteq \Theta$  par la fonction d'appartenance binaire (stricte):

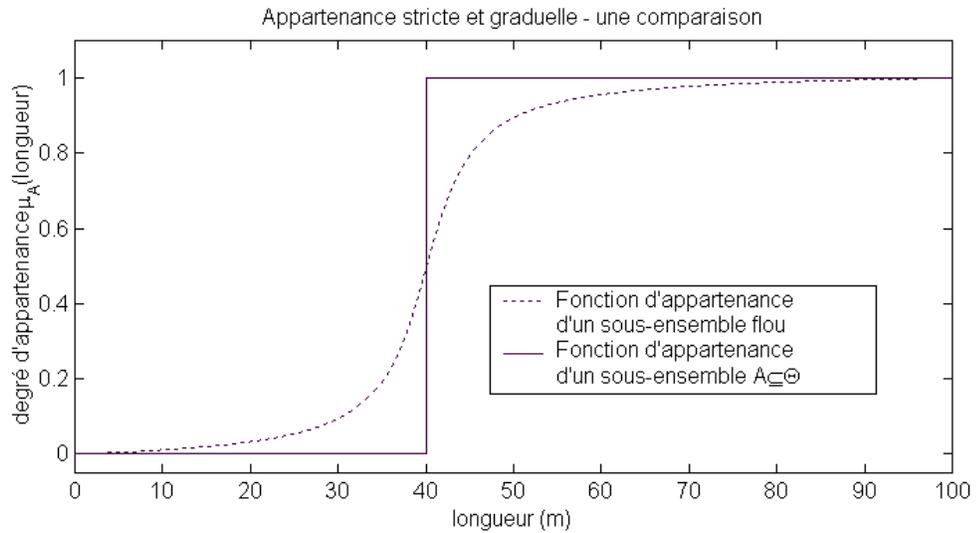
$$\mu_A(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{si } \theta \in A \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad \forall \theta \in \Theta \quad (3.33)$$

**Définition 7** On définit un **sous-ensemble flou** du cadre de discernement, noté  $\underline{A}$ , par la fonction d'appartenance graduelle qui prend des valeurs dans l'intervalle  $[0,1]$  au lieu de prendre seulement les valeurs  $\{0; 1\}$  :

$$\mu_{\underline{A}}(\theta) \in [0,1] \quad \forall \theta \in \Theta \quad (3.34)$$

avec une appartenance vraie si  $\mu_{\underline{A}}(\theta) = 1$  et avec une absence vraie si  $\mu_{\underline{A}}(\theta) = 0$

**Exemple 12** Dans la figure 3.7, on remarque la différence entre les deux concepts d'appartenance stricte d'un sous-ensemble au cadre de discernement ( $A \subseteq \Theta$ ) défini dans la théorie classique des ensembles de celui d'appartenance floue ( $\underline{A} \subseteq \Theta$ ).



**Fig. 3.7 – Longueur grande - concepts d'appartenance stricte et d'appartenance floue**

Dans la théorie des ensembles, une longueur de 50 m appartient au sous-ensemble **longueur grande**. Par contre, dans la théorie des sous-ensembles flous, une longueur de 50 m possède un degré d'appartenance de 0.85 à la même classe **longueur grande**. On observe que la théorie des sous-ensembles flous nous permet de classer une longueur dans plusieurs classes (avec des degrés d'appartenance différents).

**Définition 8** Une  $\alpha$  - coupe d'un sous-ensemble flou de  $\underline{A} \subseteq \Theta$  est le sous-ensemble strict de  $\Theta$  défini par :

$$A_\alpha = \{\theta | \mu_{\underline{A}}(\theta) \geq \alpha\} \quad (3.35)$$

Un sous-ensemble flou  $\underline{A} \subseteq \Theta$  peut ainsi être complètement défini par sa fonction d'appartenance ou par les  $\alpha$ -coupes.

## Combinaison d'informations

Dans le cadre de la théorie des sous-ensembles flous nous disposons de plusieurs méthodes de combinaisons, tant conjonctives que disjonctives, qu'on va présenter dans la suite.

### 1. Combinaisons conjonctives

**Définition 9** On définit l'**intersection** de deux sous-ensembles flous  $\underline{A}$  et  $\underline{B}$  par l'ensemble flou qui satisfait la relation :

$$\mu_1^\cap(\theta) = \min\{\mu_{\underline{A}}(\theta), \mu_{\underline{B}}(\theta)\} \quad \forall \theta \in \Theta \quad (3.36)$$

**Définition 10** On définit le **produit** de deux sous-ensembles flous  $\underline{A}$  et  $\underline{B}$  par l'ensemble flou qui satisfait la relation :

$$\mu_2^\cap(\theta) = \mu_{\underline{A}}(\theta)\mu_{\underline{B}}(\theta) \quad \forall \theta \in \Theta \quad (3.37)$$

D'autres combinaisons conjonctives sont présentées dans la suite :

$$\mu_3^\cap(\theta) = \max\{0, \mu_{\underline{A}} + \mu_{\underline{B}} - 1\} \quad \forall \theta \in \Theta \quad (3.38)$$

$$\mu_4^\cap(\theta) = \frac{\min\{\mu_{\underline{A}}(\theta), \mu_{\underline{B}}(\theta)\}}{h(\mu_{\underline{A}}, \mu_{\underline{B}})} \quad \forall \theta \in \Theta \quad (3.39)$$

$$\mu_5^\cap(\theta) = \min\{\mu_{\underline{A}}(\theta), \mu_{\underline{B}}(\theta)\} + 1 - h(\mu_{\underline{A}}, \mu_{\underline{B}}) \quad \forall \theta \in \Theta \quad (3.40)$$

avec  $h(\mu_{\underline{A}}, \mu_{\underline{B}}) = \max\left(\min_{\theta \in \Theta}\{\mu_{\underline{A}}(\theta), \mu_{\underline{B}}(\theta)\}\right)$  qui mesure le degré de conflit entre les deux fonctions d'appartenance.

## 2. Combinaisons disjointives

**Définition 11** On définit l'**union** de deux sous-ensembles flous  $\underline{A}$  et  $\underline{B}$  par l'ensemble flou qui satisfait la relation :

$$\mu_1^\cup(\theta) = \max\{\mu_{\underline{A}}(\theta), \mu_{\underline{B}}(\theta)\} \quad \forall \theta \in \Theta \quad (3.41)$$

**Définition 12** On définit la **somme algébrique** de deux sous-ensembles flous  $\underline{A}$  et  $\underline{B}$  par l'ensemble flou qui satisfait la relation :

$$\mu_2^\cup(\theta) = \mu_{\underline{A}}(\theta) + \mu_{\underline{B}}(\theta) - \mu_{\underline{A}}(\theta) \times \mu_{\underline{B}}(\theta) \quad \forall \theta \in \Theta \quad (3.42)$$

Une autre méthode réalisant une combinaison disjointive est la suivante:

$$\mu_3^\cup(\theta) = \min\{\mu_{\underline{A}}(\theta) + \mu_{\underline{B}}(\theta), 1\} \quad \forall \theta \in \Theta \quad (3.43)$$

## 3. Combinaison adaptative

Une méthode de combinaison adaptative a été proposée par Dubois et Prade [20] qui utilise une méthode conjonctive lorsque les sources sont fiables, et utilise une méthode disjointive si une des sources ne l'est pas (sans qu'on puisse l'identifier) :

$$\mu_{AD}(\theta) = \max \left\{ \frac{\mu_i^\cap(\theta)}{h(\mu_{\underline{A}}(\theta), \mu_{\underline{B}}(\theta))}, \min\{1 - h(\mu_{\underline{A}}(\theta), \mu_{\underline{B}}(\theta)), \mu_j^\cup(\theta)\} \right\} \quad \forall \theta \in \Theta \quad (3.44)$$

Pour les combinaisons  $\mu_i^\cap(\theta)$  et  $\mu_j^\cup(\theta)$ , qui apparaissent dans l'équation (3.44) on peut choisir parmi les combinaisons conjonctives et disjointives présentées ci-dessus.

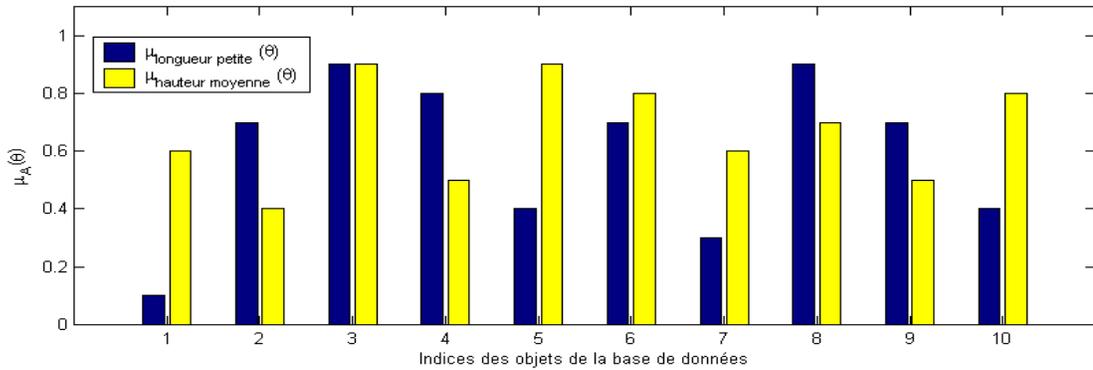
## Décision

La proposition la plus probable est la proposition qui a le plus grand degré d'appartenance à l'ensemble flou :

$$\theta_{\text{observé}} = \text{Arg}\left\{\max_{\theta \in \Theta} [\mu_{\underline{A}}(\theta)]\right\} \quad (3.45)$$

La normalisation qui apparaît dans certaines méthodes de combinaison produit un non-respect de l'associativité des opérations. Ainsi l'ordre dans lequel on fusionne les informations devient important et les résultats finaux dépendent de cet ordre-là.

**Exemple 13** Soient les informations contenues dans la figure 3.8, caractérisées par les fonctions d'appartenance  $\mu_{\text{longueur petite}}(\theta)$  et  $\mu_{\text{hauteur moyenne}}(\theta)$ .



**Fig. 3.8** – Exemple de fonctions d'appartenance *longueur petite* et *hauteur moyenne*

La figure 3.9 présente le résultat de trois types de combinaisons : une combinaison disjonctive (le maximum) qui produit plusieurs propositions probables et deux combinaisons conjonctives (le minimum et le minimum normalisé).

Dans cet exemple, la normalisation dans la troisième combinaison n'est pas vraiment nécessaire car elle n'influence en rien la prise de décision. Mais elle est très utile quand il y a plusieurs informations à fusionner. On observe finalement que la proposition la plus probable est l'objet  $\theta_3$  qui a un degré d'appartenance maximal suite aux trois types de combinaison.

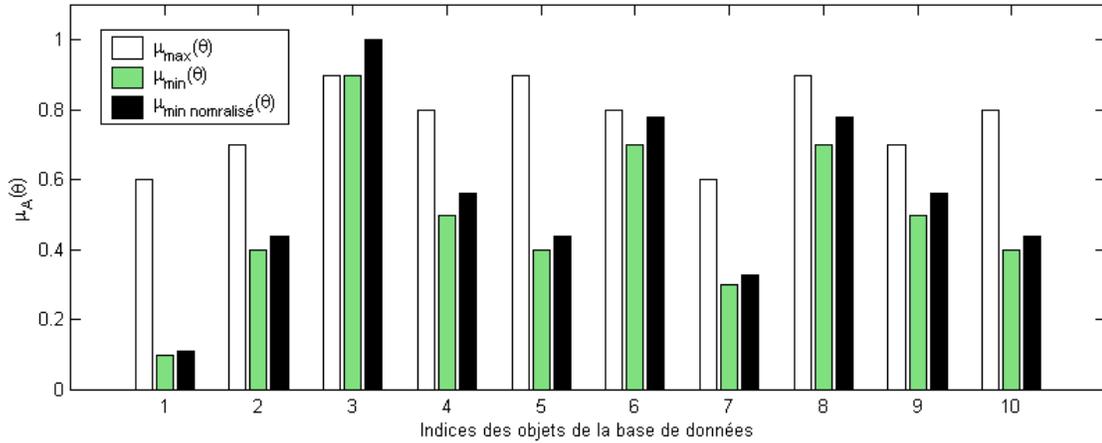


Fig. 3.9 – Exemple de trois méthodes de combinaison

### 3.4.3 Étude des scénarios

Certaines des informations présentes dans les scénarios tests sont des informations qui ne peuvent pas être modélisées dans la théorie des sous-ensembles flous par des fonctions d'appartenance floues mais plutôt par des fonctions d'appartenance strictes. Il s'agit des informations concernant le type de cible et la présence des émetteurs. Les autres informations caractérisant les dimensions physiques de la cible par des attributs vagues peuvent, quant à elles, être modélisées dans la théorie des sous-ensembles flous. Pour réaliser cette modélisation, il est nécessaire de connaître les fonctions d'appartenance aux différentes classes d'objets. Les classes des attributs, définies dans la théorie classique des ensembles, sont présentées dans les tables 3.13 et 3.14.

Dimension \ Classe	Classe		
	petite	moyenne	grande
Longueur (m)	0 - 100	100 - 200	200 - 500
Largeur (m)	0 - 15	15 - 40	40 - 80
Hauteur (m)	0 - 5	5 - 15	15 - 35

Tab. 3.13 – Classifications dans la théorie classique des ensembles pour la longueur, la largeur et la hauteur

Elles ont été inspiré des classes définies dans [21]. La différence est que les classes présentées dans les tables 3.13 et 3.14 sont définies indépendamment du type de la cible (aérienne, navales, terrestre, etc.).

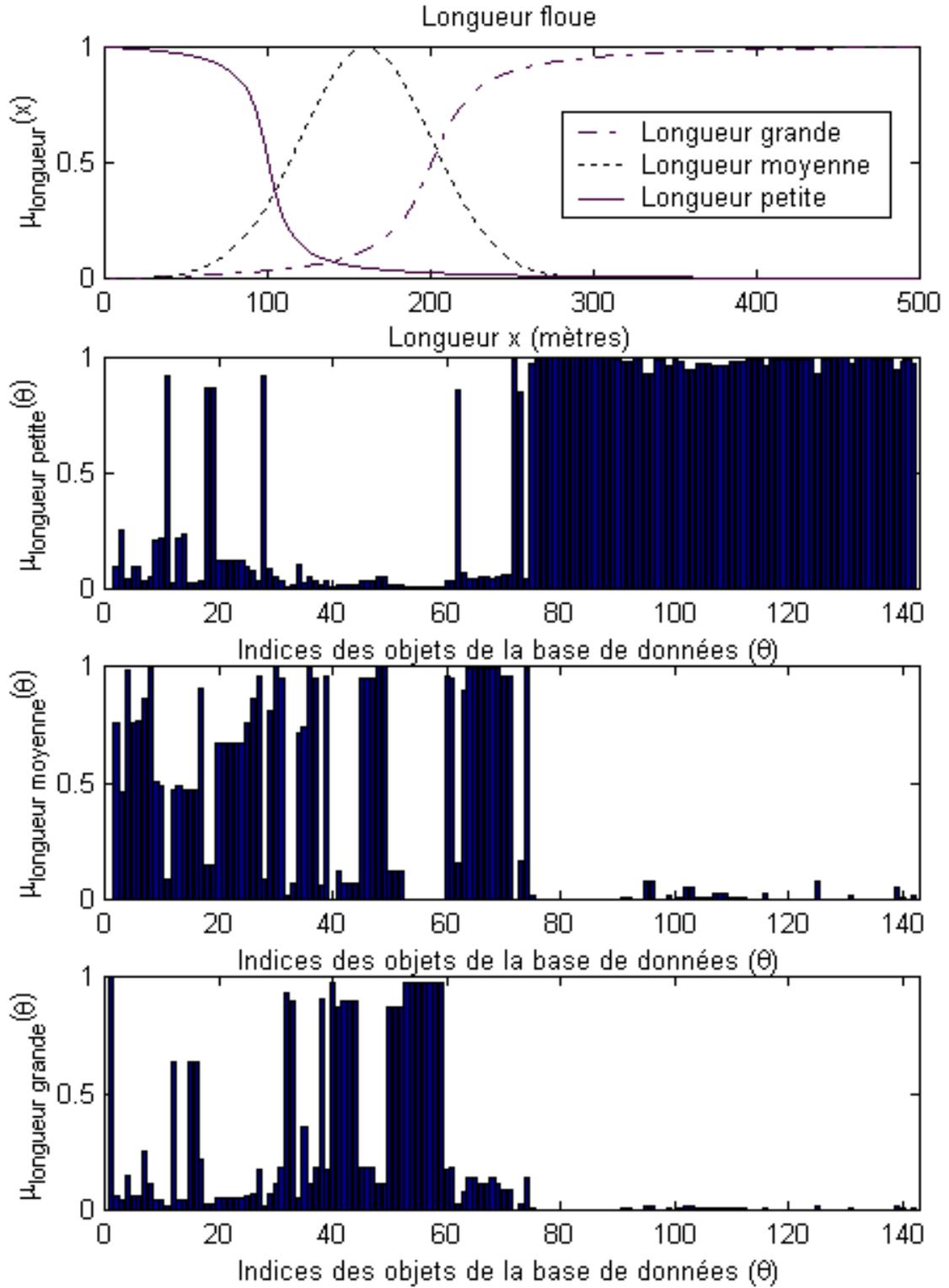
Classe SER (dm <sup>2</sup> )	très petite	petite	moyenne	grande	très grande
SER <sub>côté</sub>	0 - 4000	0.4 - 2 × 10 <sup>4</sup>	2 - 15 × 10 <sup>4</sup>	1.5 - 5 × 10 <sup>5</sup>	≥ 5 × 10 <sup>5</sup>
SER <sub>dessus</sub>	0 - 10000	1 - 10 × 10 <sup>4</sup>	1 - 5 × 10 <sup>5</sup>	5 - 10 × 10 <sup>5</sup>	≥ 10 <sup>6</sup>
SER <sub>face</sub>	0 - 3000	3 - 7 × 10 <sup>3</sup>	7 - 15 × 10 <sup>3</sup>	1.5 - 3 × 10 <sup>4</sup>	≥ 3 × 10 <sup>4</sup>

**Tab. 3.14** – *Classifications dans la théorie classique des ensembles pour les sections efficaces radar de côté, de face et de dessus*

Une classification dans la théorie classique des ensembles ne peut servir que pour des modélisations dans les théories des probabilités ou de l'évidence. Elle ne représente pas la meilleure modélisation pour un attribut vague. Une modélisation par une classe floue est plus appropriée. Dans la figure 3.10 on présente la modélisation des classes floues pour la longueur. Le graphique supérieur présente la partition du domaine de définition de la longueur en termes de classes floues. Les trois graphiques inférieurs décrivent le degré d'appartenance des objets de la base de données aux classes floues. Entre les deux graphiques il y a un changement de domaine - celui de départ est un domaine continu et ordonné caractérisant un paramètre des objets de la base de données (e.g. la longueur comprise entre 0 et 500 mètres) et celui d'arrivée est le domaine des objets de la base de données, domaine qui est discret et qui n'est pas du tout ordonné en termes du paramètre étudié. Une étude plus approfondie sur ce changement de domaine, ainsi que la totalité des modélisations des classes floues sont présentées dans les annexes B.1 et B.2.

Les autres informations qui n'ont pas été modélisées par des fonctions d'appartenances floues, sont modélisées dans la table 3.15, par des ensembles classiques.

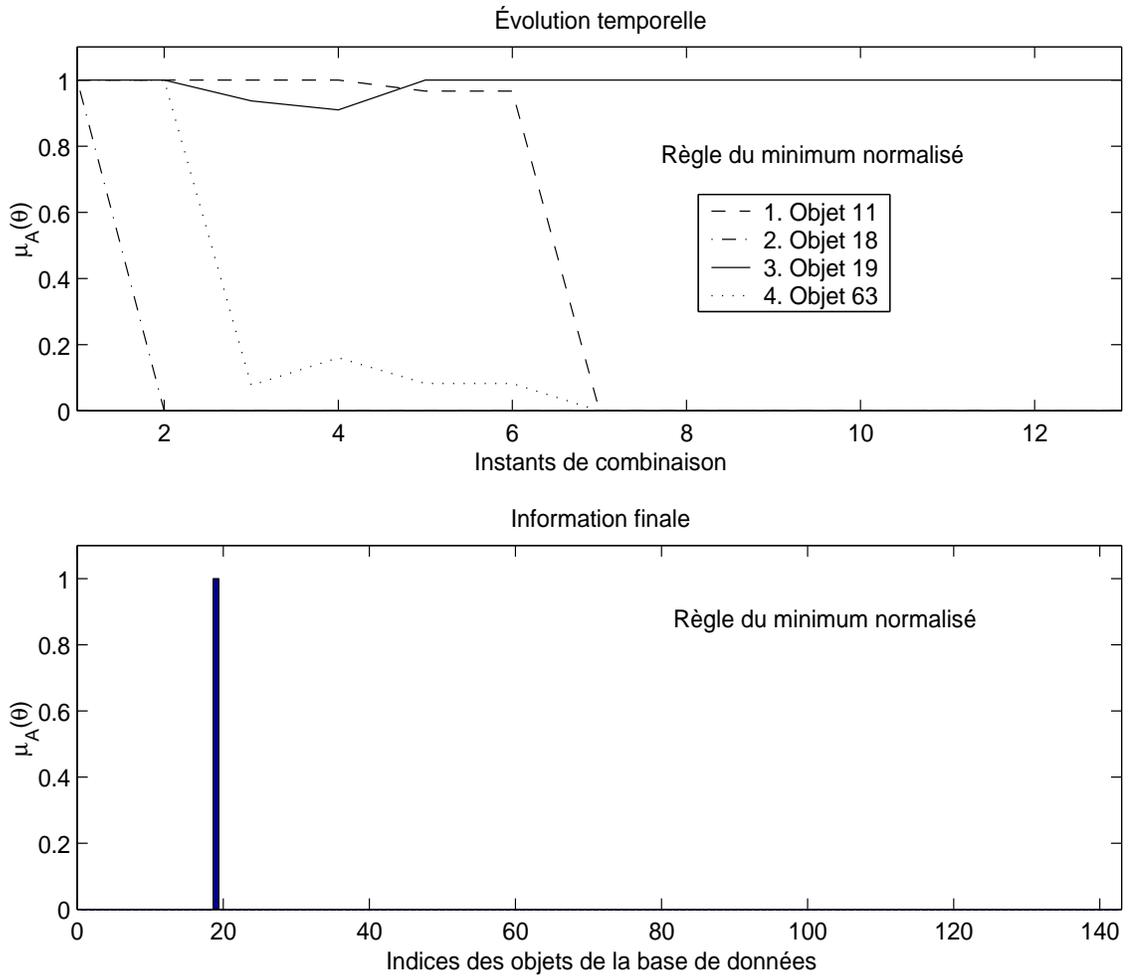
Le résultat de la combinaison conjonctive minimum normalisé (figure 3.11) montre que l'information finale est formée par une seule proposition qui possède un degré d'appartenance égal à l'unité (la proposition indique l'objet de la base de données



**Fig. 3.10** – Longueur floue - classe petite / moyenne / grande. Caractérisation de la base de données par les classes longueur petite, longueur moyenne et longueur grande

Instant	Information	Modélisation	Propositions associées
1	Type cible = bateau	$\mu_{\text{bateau}}(\theta) = 1 \forall \theta \in \text{bateau}$ $\mu_{\text{bateau}}(\theta) = 0 \forall \theta \in \overline{\text{bateau}}$	bateau = $\{ \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{70}, \theta_{71}, \theta_{73} \}$
2	Émetteur 44 présent	$\mu_{\text{ém. 44}}(\theta) = 1 \forall \theta \in \text{émetteur 44}$ $\mu_{\text{ém. 44}}(\theta) = 0 \forall \theta \in \overline{\text{émetteur 44}}$	émetteur 44 = $\{ \theta_{11}, \theta_{19}, \theta_{63} \}$
3	Longueur petite	Fig.B.1	$\ominus$
4	SER <sub>côté</sub> moyenne	Fig.B.4	$\ominus$
5	Émetteur 77 présent	$\mu_{\text{ém. 77}}(\theta) = 1 \forall \theta \in \text{émetteur 77}$ $\mu_{\text{ém. 77}}(\theta) = 0 \forall \theta \in \overline{\text{émetteur 77}}$	émetteur 44 = $\{ \theta_{29}, \theta_{33}, \theta_{35}, \theta_{36} \}$
6	Hauteur petite	Fig.B.3	$\ominus$
7	Émetteur 47 présent	$\mu_{\text{ém. 47}}(\theta) = 1 \forall \theta \in \text{émetteur 47}$ $\mu_{\text{ém. 47}}(\theta) = 0 \forall \theta \in \overline{\text{émetteur 47}}$	émetteur 47 = $\{ \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{31}, \theta_{34}, \theta_{35}, \theta_{46}, \theta_{47}, \theta_{63} \}$
8	Émetteur 55 présent	$\mu_{\text{ém. 55}}(\theta) = 1 \forall \theta \in \text{émetteur 55}$ $\mu_{\text{ém. 55}}(\theta) = 0 \forall \theta \in \overline{\text{émetteur 55}}$	émetteur 55 = $\{ \theta_{18}, \theta_{19} \}$
9	Largeur petite	Fig.B.2	$\ominus$
10	Émetteur 56 présent	$\mu_{\text{ém. 56}}(\theta) = 1 \forall \theta \in \text{émetteur 56}$ $\mu_{\text{ém. 56}}(\theta) = 0 \forall \theta \in \overline{\text{émetteur 56}}$	émetteur 56 = $\{ \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{34} \}$
11	Émetteur 103 présent	$\mu_{\text{ém. 103}}(\theta) = 1 \forall \theta \in \text{émetteur 103}$ $\mu_{\text{ém. 103}}(\theta) = 0 \forall \theta \in \overline{\text{émetteur 103}}$	émetteur 103 = $\{ \theta_{11}, \theta_{18}, \dots, \theta_{24}, \theta_{30}, \theta_{31}, \theta_{34}, \theta_{35}, \theta_{36}, \theta_{45}, \dots, \theta_{49}, \theta_{63}, \theta_{67}, \theta_{69} \}$
12	Émetteur 109 présent	$\mu_{\text{ém. 109}}(\theta) = 1 \forall \theta \in \text{émetteur 109}$ $\mu_{\text{ém. 109}}(\theta) = 0 \forall \theta \in \overline{\text{émetteur 109}}$	émetteur 109 = $\{ \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{63} \}$
13	SER <sub>dessus</sub> petite	Fig.B.5	$\ominus$
14	SER <sub>face</sub> très petite	Fig.B.6	$\ominus$

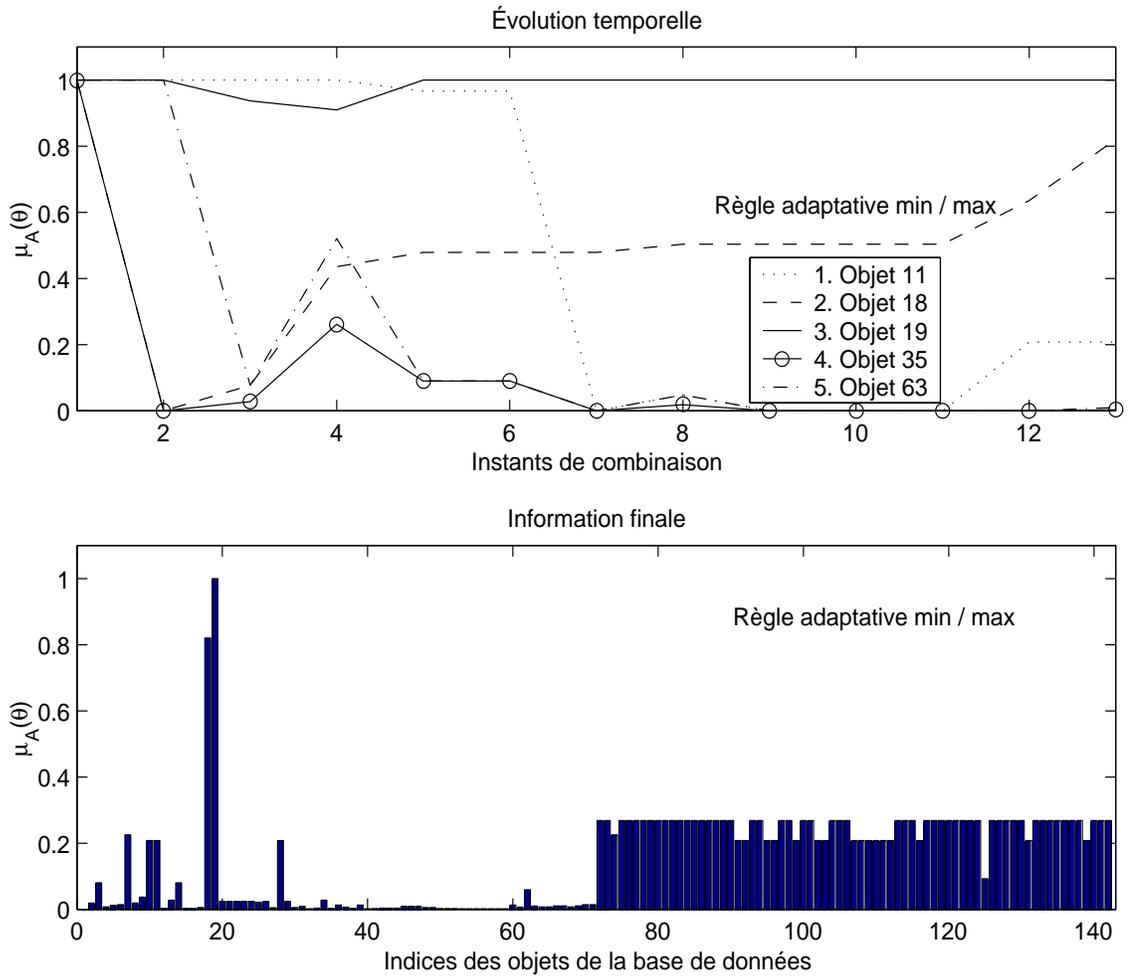
**Tab. 3.15** – Modélisation dans la théorie des sous-ensembles flous des informations utilisées dans les scénarios tests



**Fig. 3.11** – *Théorie des sous-ensembles flous - Scénario test 1 - Règle du minimum normalisé*

correspondant à la cible observée). Les autres propositions de la base de données ne sont pas présentes dans l'information finale. Elles disparaissent de la liste de propositions au moment où une information qui les néglige intervient dans le processus de fusion. C'est le cas de l'objet n° 18 de la base de données qui possède les mêmes caractéristiques que l'objet n° 19, sauf une. Il est très normal qu'à la suite du processus de fusion, on puisse identifier la cible observée par l'objet n° 19 en gardant comme option possible l'objet n° 18.

Le scénario test 1 est un scénario idéal, dans lequel toutes les informations sont cohérentes. Que ce passerait-il si à un instant donné, une contre-mesure intervenait

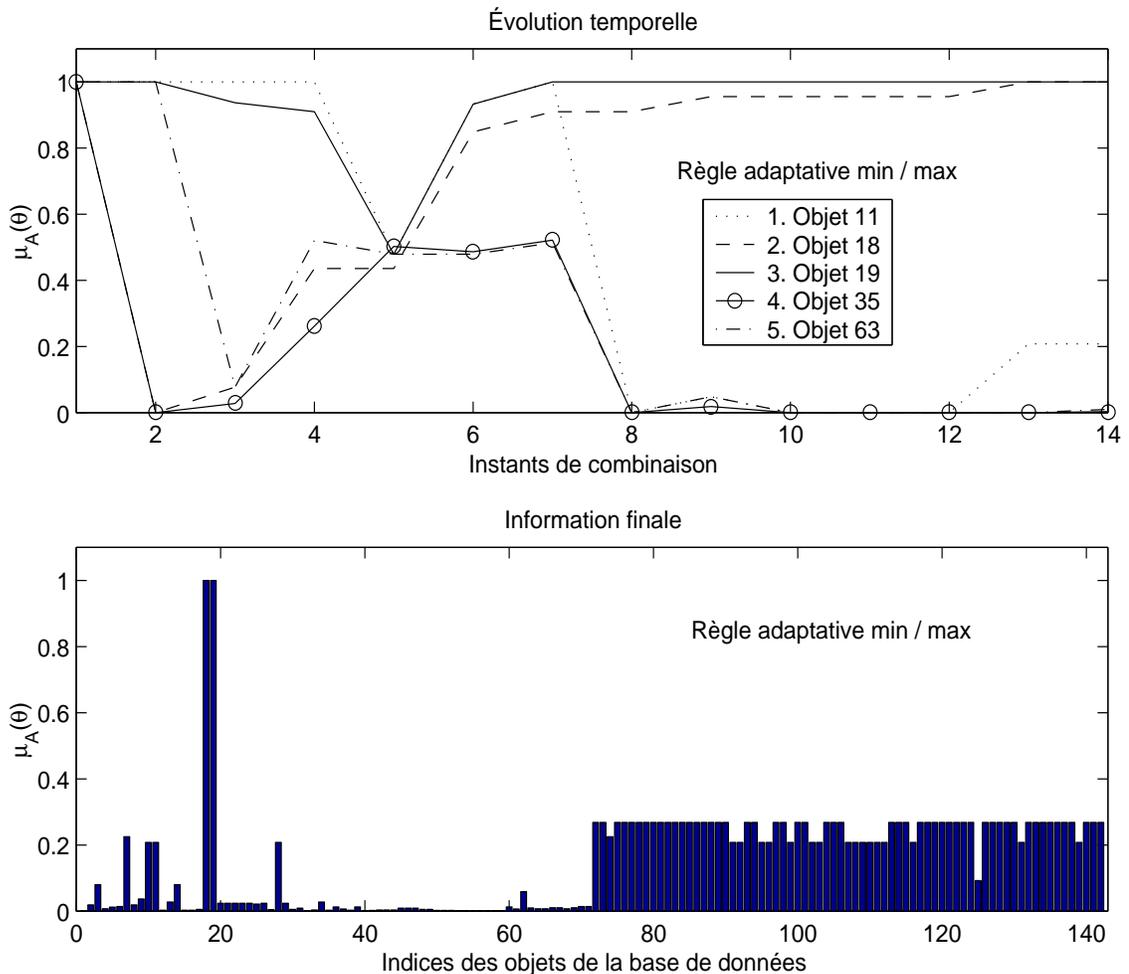


**Fig. 3.12** – *Théorie des sous-ensembles flous - Scénario test 1 - Règle adaptative min/max*

dans le processus de fusion? Avec les méthodes de combinaison conjonctives, telles que le minimum ou le produit, on éliminerait pratiquement toutes les propositions, même celles qui semblent être les bonnes. Avec les méthodes de combinaison disjonctives, telles que le maximum ou la somme algébrique, on obtient toujours trop de propositions qu'on ne peut différencier. L'utilisation des méthodes disjonctives n'est donc pas conseillée pour ce type de problèmes. La méthode de combinaison adaptative qui a été proposée par Dubois et Prade (équation (3.44)) semble donner de meilleurs résultats dans le problème d'identification de cible (figure 3.12).

Il faut faire quand même attention à l'ordre dans lequel on fusionne les informa-

tions car la normalisation rend non-associative la méthode de combinaison adaptative. On observe que l'objet n° 18 reste parmi les propositions représentatives.



**Fig. 3.13** – *Théorie des sous-ensembles flous - Scénario test 2 - Règle adaptative min/max*

La figure 3.13 présente le résultat de la règle adaptative appliquée au scénario 2 qui comporte une contre-mesure. On observe que les propositions insérées par la contre-mesure à l'instant de combinaison n° 5 sont éliminées durant le processus de fusion. Cependant, l'objet n° 18 de la base de données possède un degré d'appartenance final égal à celui de l'objet n° 19. Ceci rend l'identification impossible. Donc la règle adaptative réussit à éliminer la contre-mesure, mais en même temps elle élimine la différence existant entre les propositions représentatives.

Les combinaisons conjonctives, utilisées avec le scénario test 2 avec une contre-mesure, ne produisent aucun résultat, car après l'insertion de la contre-mesure, tous les objets de la base de données possèdent un degré d'appartenance nul.

## 3.5 La théorie des possibilités

### 3.5.1 Introduction

La théorie des possibilités a été développée par Zadeh [7] pour compléter les théories déjà existantes du raisonnement sous incertitude. Cette nouvelle théorie a été élaborée à partir de la théorie des sous-ensembles flous, sans qu'elle soit pour autant équivalente. Dans la théorie des sous-ensembles flous on représente le degré d'appartenance d'un objet à un ensemble flou (mal défini). On retrouve dans cette théorie l'aspect flou des informations, l'aspect aléatoire n'intervenant pas. Dans la théorie des possibilités on indique la possibilité qu'un objet appartenant à un sous-ensemble connu soit l'objet recherché.

### 3.5.2 Description de la théorie

#### Axiomes et définitions

Selon Dubois et Prade [22], la notion de possibilité peut être regardée de plusieurs points de vue. On peut se référer à la possibilité en termes de *faisabilité*, comme dans l'exemple "*Il est possible **de** résoudre le problème*". On peut aussi utiliser la possibilité pour exprimer l'idée de *plausibilité*, comme dans l'exemple "*Il est possible **que** la cible soit un avion*". La possibilité peut aussi être vue en termes de *consistance* pour exprimer la compatibilité d'une information avec d'autres déjà connues, comme dans l'exemple "*L'objet observé ne peut pas se trouver à 3000 mètres d'altitude, **car** c'est un sous-marin*". Les informations exprimées par la théorie des possibilités peuvent aussi bien être objectives que subjectives.

Zadeh [7] définit le concept de possibilité à l'aide du concept d'une restriction floue.

Soit un sous-ensemble flou  $\underline{A}$  de  $\Theta$ , alors,  $\mu_{\underline{A}}(\theta)$  représente le degré d'appartenance de l'élément  $\theta$  à l'ensemble flou  $\underline{A}$ . Étant donné le sous-ensemble flou  $\underline{A}$ , Zadeh définit le **degré de possibilité** de l'événement  $X = \theta$ , noté  $\pi_X(\theta)$ , par le degré d'appartenance de  $\theta$  au sous-ensemble flou  $\underline{A}$ :

$$\pi_X(\theta) = \mu_{\underline{A}}(\theta) \quad (3.46)$$

La fonction de distribution de possibilité  $\pi_X(\theta) \in [0,1], \forall \theta \in \Theta$ , est la représentation des informations dans la théorie des possibilités. La seule contrainte de cette fonction de distribution est qu'elle doit être normalisée (elle doit être égale à l'unité pour au moins un élément  $\theta_0 \in \Theta$ ).

L'équation (3.46) pourrait faire croire que les deux théories sont équivalentes car les deux mesures qui les caractérisent sont égales. Dubois et Prade [23] proposent une nouvelle notation qui élimine toute ambiguïté entre les deux théories :

- le degré de possibilité qui exprime l'incertitude sur l'appartenance d'un élément  $\theta$  à une classe floue connue pourrait être noté  $\pi(\theta|\underline{A})$ ;
- le degré d'appartenance caractérisant un sous-ensemble flou, qui est mal défini, peut être noté  $\mu(\underline{A}|\theta)$

**Exemple 14** Soit une information du type “*La cible qu'on observe a une longueur grande*”. Le sous-ensemble flou **longueur grande** représente l'information imparfaite. Connaissant l'ensemble d'objets présents dans la base de données, la théorie des sous-ensembles flous quantifie le degré d'appartenance d'un objet à la classe floue. Par exemple on peut considérer qu'un objet ayant une longueur de 100 mètres peut appartenir à la classe *longueur grande* avec un degré de 0.7 ( $\mu_{\text{longueur grande}}(100) = 0.7$ ). Zadeh [7] fait le rapprochement entre le concept de sous-ensemble flou et la possibilité (équation (3.46)). Il dit que la possibilité que la longueur de la cible observée soit de 100 mètres, sachant qu'elle est grande, est aussi de 0.7 ( $\pi_X(100) = 0.7$ ).

À partir de la fonction de distribution de possibilité  $\pi_X(\theta)$  qui exprime la possibilité que  $X = \theta$ , avec  $\theta \in \Theta$ , on définit deux autres mesures : le degré de possibilité

$\Pi(A)$ , qui représente la possibilité que  $X \in A$ , et le degré de nécessité  $N(A)$  qui quantifie la nécessité que  $X \in A$ :

$$\Pi(A) = \max_{\theta \in A} \{\pi_X(\theta)\} \quad \forall A \subseteq \Theta \quad (3.47)$$

$$N(A) = \min_{\theta \notin A} \{1 - \pi_X(\theta)\} \quad \forall A \subseteq \Theta \quad (3.48)$$

Entre les deux mesures il existe une relation de dualité (équivalente à celle existante dans la théorie de l'évidence entre la plausibilité, Pl, et la croyance, Bel - équation (3.25)):

$$N(A) = 1 - \Pi(\bar{A}) \quad \forall A \subseteq \Theta \quad (3.49)$$

$\Pi(A) = 1$  correspond au cas où il y a au moins un singleton  $\theta \in A$  qui possède une possibilité égale à l'unité et qui est susceptible d'être l'élément recherché. Ceci veut dire que l'élément recherché peut appartenir au sous-ensemble  $A$  mais ce n'est pas nécessaire.  $N(A) = 1$  correspond au cas où  $\Pi(\bar{A}) = 0$ , ce qui veut dire que l'élément recherché n'appartient certainement pas au sous-ensemble  $\bar{A}$ , donc il se trouve sûrement dans le sous-ensemble  $A \subseteq \Theta$ .

Dans la théorie des possibilités, la connaissance de  $\Pi(A)$  n'entraîne pas la connaissance de  $\Pi(\bar{A})$ , mais seulement de  $N(\bar{A})$ . C'est le couple possibilité / nécessité qui caractérise une information dans cette théorie. On peut dire ainsi de la théorie des possibilités qu'elle est une théorie duale.

Les degrés de possibilité et de nécessité satisfont les propriétés suivantes :

$$\Pi(A \cup B) = \max\{\Pi(A), \Pi(B)\} \quad \forall A, B \subseteq \Theta \quad (3.50)$$

$$N(A \cap B) = \min\{N(A), N(B)\} \quad \forall A, B \subseteq \Theta \quad (3.51)$$

## Combinaison d'informations

Les fonctions de distribution de possibilités se combinent selon des méthodes conjonctives et disjonctives. Ces méthodes sont les mêmes que celles présentées dans le cadre de la théorie des sous-ensembles flous. Toutes les méthodes de combinaison doivent être normalisées pour que l'information résultante soit elle aussi normalisée.

## Décision

La prise de décision dans le cadre de la théorie des possibilités se fait selon le maximum de possibilité, c'est à dire que l'élément le plus possible est l'élément recherché.

$$\theta_{\text{observé}} = \text{Arg}\left\{\max_{\theta \in \Theta} [\pi_X(\theta)]\right\} \quad (3.52)$$

### 3.5.3 Étude des scénarios

Dans la table 3.16 on présente une modélisation des informations des scénarios tests dans la théorie des possibilités.

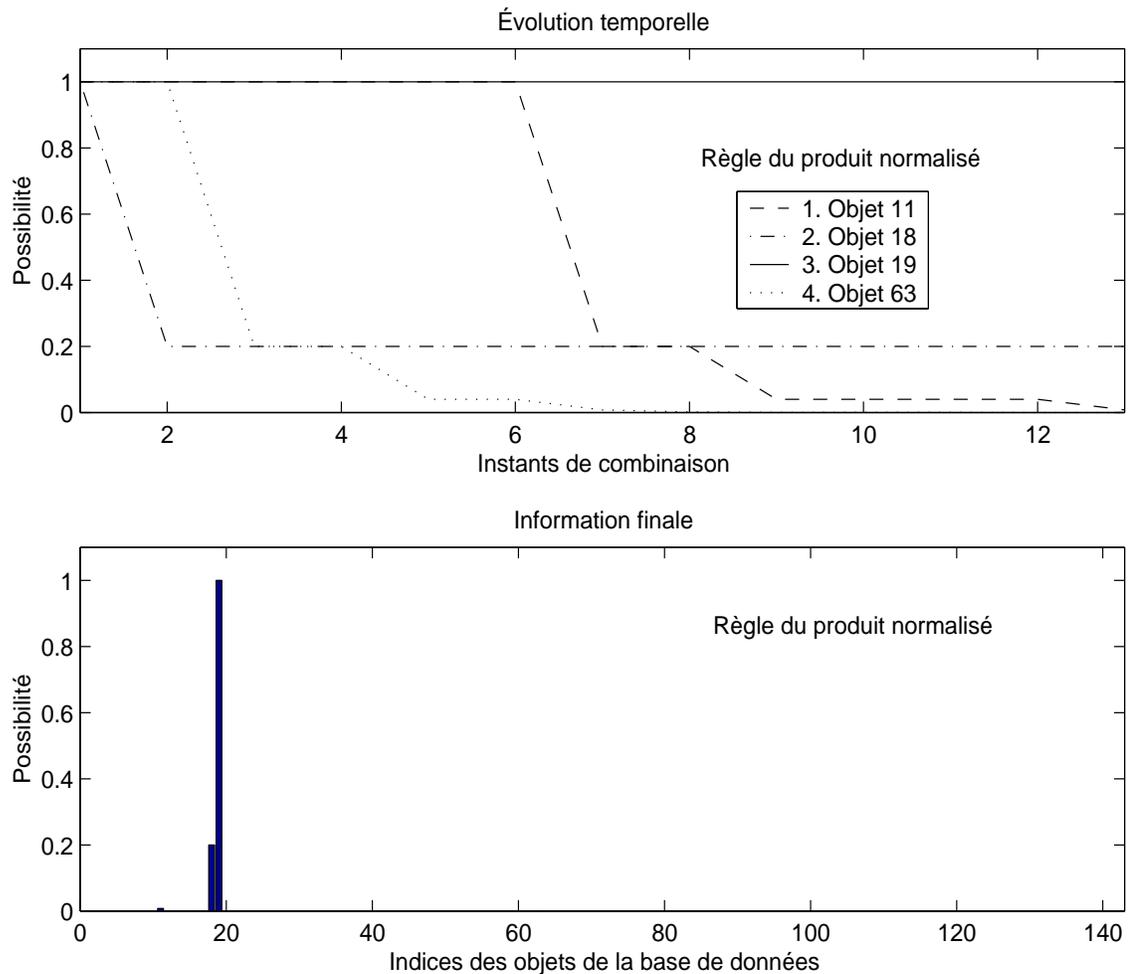


Fig. 3.14 – Théorie des possibilités - Scénario test 1 - Règle du produit normalisé

Instant	Information	Modélisation	Propositions associées
1	Type cible = bateau	$\pi(\theta) = 1 \quad \forall \theta \in \text{bateau}$ $\pi(\theta) = 0.2 \quad \forall \theta \in \text{bateau}$	bateau = $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{70}, \theta_{71}, \theta_{73}\}$
2	Émetteur 44 présent	$\pi(\theta) = 1 \quad \forall \theta \in \text{émetteur 44}$ $\pi(\theta) = 0.2 \quad \forall \theta \in \text{émetteur 44}$	émetteur 44 = $\{\theta_{11}, \theta_{19}, \theta_{63}\}$
3	Longueur petite longueur $\in [0,100]$ m	$\pi(\theta) = 1 \quad \forall \theta \in \text{longueur petite}$ $\pi(\theta) = 0.2 \quad \forall \theta \in \text{longueur petite}$	longueur petite = $\{\theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{28}, \theta_{62}, \theta_{72}, \theta_{73}, \theta_{75}, \dots, \theta_{127}, \theta_{131}, \theta_{135}, \theta_{137}, \dots, \theta_{142}\}$
4	SER <sub>côté</sub> moyenne SER <sub>côté</sub> $\in [2,15] \times 10^4$ dm <sup>2</sup>	$\pi(\theta) = 1 \quad \forall \theta \in \text{SER}_{\text{côté}}$ $\pi(\theta) = 0.2 \quad \forall \theta \in \text{SER}_{\text{côté}}$	SER <sub>côté</sub> moyenne = $\{\theta_2, \theta_3, \theta_5, \theta_6, \theta_8, \theta_9, \theta_{11}, \theta_{13}, \theta_{14}, \theta_{18}, \dots, \theta_{26}, \theta_{28}, \theta_{29}, \theta_{31}, \theta_{34}, \theta_{36}, \theta_{39}, \theta_{45}, \dots, \theta_{49}, \theta_{60}, \theta_{62}, \dots, \theta_{71}, \theta_{73}, \theta_{95}, \theta_{96}, \theta_{125}, \theta_{131}\}$
5	Émetteur 77 présent	$\pi(\theta) = 1 \quad \forall \theta \in \text{émetteur 77}$ $\pi(\theta) = 0.2 \quad \forall \theta \in \text{émetteur 77}$	émetteur 77 = $\{\theta_{29}, \theta_{33}, \theta_{35}, \theta_{36}\}$
6	Hauteur petite hauteur $\in [0,5]$ m	$\pi(\theta) = 1 \quad \forall \theta \in \text{hauteur petite}$ $\pi(\theta) = 0.2 \quad \forall \theta \in \text{hauteur petite}$	hauteur petite = $\{\theta_2, \theta_3, \theta_8, \dots, \theta_{11}, \theta_{13}, \theta_{14}, \theta_{18}, \dots, \theta_{26}, \theta_{28}, \theta_{29}, \theta_{34}, \theta_{73}, \theta_{77}, \dots, \theta_{90}, \theta_{93}, \theta_{94}, \theta_{98}, \theta_{101}, \theta_{115}, \theta_{117}, \theta_{118}, \theta_{120}, \dots, \theta_{124}, \theta_{126}, \theta_{127}, \theta_{137}, \theta_{138}, \theta_{140}\}$
7	Émetteur 47 présent	$\pi(\theta) = 1 \quad \forall \theta \in \text{émetteur 47}$ $\pi(\theta) = 0.2 \quad \forall \theta \in \text{émetteur 47}$	émetteur 47 = $\{\theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{31}, \theta_{34}, \theta_{35}, \theta_{46}, \theta_{47}, \theta_{63}\}$
8	Émetteur 55 présent	$\pi(\theta) = 1 \quad \forall \theta \in \text{émetteur 55}$ $\pi(\theta) = 0.2 \quad \forall \theta \in \text{émetteur 55}$	émetteur 55 = $\{\theta_{18}, \theta_{19}\}$
9	Largeur petite largeur $\in [0,15]$ m	$\pi(\theta) = 1 \quad \forall \theta \in \text{largeur petite}$ $\pi(\theta) = 0.2 \quad \forall \theta \in \text{largeur petite}$	largeur petite = $\{\theta_3, \theta_5, \theta_6, \theta_9, \dots, \theta_{11}, \theta_{13}, \theta_{14}, \theta_{18}, \dots, \theta_{26}, \theta_{28}, \theta_{29}, \theta_{34}, \theta_{70}, \dots, \theta_{73}, \theta_{76}, \dots, \theta_{90}, \theta_{93}, \theta_{98}, \theta_{101}, \theta_{113}, \dots, \theta_{115}, \theta_{117}, \dots, \theta_{124}, \theta_{126}, \theta_{127}, \theta_{135}, \theta_{137}, \theta_{138}, \theta_{140}, \theta_{141}\}$
10	Émetteur 56 présent	$\pi(\theta) = 1 \quad \forall \theta \in \text{émetteur 56}$ $\pi(\theta) = 0.2 \quad \forall \theta \in \text{émetteur 56}$	émetteur 56 = $\{\theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{34}\}$
11	Émetteur 103 présent	$\pi(\theta) = 1 \quad \forall \theta \in \text{émetteur 103}$ $\pi(\theta) = 0.2 \quad \forall \theta \in \text{émetteur 103}$	émetteur 103 = $\{\theta_{11}, \theta_{18}, \dots, \theta_{24}, \theta_{30}, \theta_{31}, \theta_{34}, \theta_{35}, \theta_{36}, \theta_{45}, \dots, \theta_{49}, \theta_{63}, \theta_{67}, \theta_{69}\}$
12	Émetteur 109 présent	$\pi(\theta) = 1 \quad \forall \theta \in \text{émetteur 109}$ $\pi(\theta) = 0.2 \quad \forall \theta \in \text{émetteur 109}$	émetteur 109 = $\{\theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{63}\}$
13	SER <sub>dessus</sub> petite SER <sub>dessus</sub> $\in [1,10] \times 10^4$ dm <sup>2</sup>	$\pi(\theta) = 1 \quad \forall \theta \in \text{SER}_{\text{dessus}}$ $\pi(\theta) = 0.2 \quad \forall \theta \in \text{SER}_{\text{dessus}}$	SER <sub>dessus</sub> petite = $\{\theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{28}, \theta_{73}, \theta_{75}, \theta_{91}, \theta_{92}, \theta_{97}, \theta_{99}, \theta_{102}, \dots, \theta_{112}, \theta_{116}, \theta_{131}, \theta_{139}, \theta_{142}\}$
14	SER <sub>face</sub> très petite SER <sub>face</sub> $\in [0,3000]$ dm <sup>2</sup>	$\pi(\theta) = 1 \quad \forall \theta \in \text{SER}_{\text{face}}$ $\pi(\theta) = 0.2 \quad \forall \theta \in \text{SER}_{\text{face}}$	SER <sub>face</sub> très petite = $\{\theta_7, \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{72}, \theta_{73}, \theta_{74}, \theta_{76}, \dots, \theta_{80}, \theta_{93}, \theta_{94}, \theta_{97}, \theta_{98}, \theta_{100}, \theta_{101}, \theta_{104}, \theta_{105}, \theta_{106}, \theta_{113}, \theta_{114}, \theta_{115}, \theta_{117}, \dots, \theta_{124}, \theta_{126}, \theta_{127}, \theta_{135}, \theta_{137}, \theta_{138}, \theta_{140}, \theta_{141}\}$

**Tab. 3.16** – Modélisation dans la théorie des possibilités des informations utilisées dans les scénarios tests

La méthode de combinaison du produit normalisé (figure 3.14) est ensuite appliquée à l'ensemble des informations. Le résultat obtenu montre que l'objet n° 19 représente la cible recherchée car il possède la possibilité la plus grande.

## 3.6 La théorie des ensembles approchés

### 3.6.1 Introduction

En 1982, Pawlak a introduit un nouveau concept pour traiter les données imparfaites : les ensembles approchés. L'idée générale de la théorie des ensembles approchés est de remplacer une information imprécise et incertaine par une paire de concepts précis provenant d'une approximation inférieure et supérieure. Ensuite, il reste à appliquer la théorie des ensembles aux deux concepts précis. La théorie des ensembles approchés ne travaille qu'avec l'imprécision des informations, leur incertitude étant inconnue ou ignorée. Elle exprime les informations *a priori* de la base de données sous la forme classes d'objets qui sont indiscernables. Le but de la théorie des ensembles approchés est de retrouver les classes d'objets qui ressemblent le plus à l'objet observé.

### 3.6.2 Description de la théorie

#### Axiomes et définitions

**Définition 13** On appelle un **concept** de  $\Theta$  un sous-ensemble  $A \subseteq \Theta$ .

**Définition 14** Un ensemble de sous-ensembles de  $\Theta$  forme une **connaissance** de  $\Theta$ . On la note  $R$  ( $R \subseteq 2^\Theta$ ).

Une connaissance de  $\Theta$  est souvent définie par une partition du cadre de discernement par rapport à un attribut. Il s'agit là d'une restriction du cas général de cette théorie car la partition du cadre de discernement est un sous-ensemble particulier de l'ensemble  $2^\Theta$ . C'est une connaissance *a priori* du système étudié, et elle n'est pas une information déjà connue, intégrée au processus de fusion.

Il faut préciser que dans le cas idéal, une connaissance  $R$  est formée par un ensemble de concepts singletons de  $\Theta$ . On dit d'une telle connaissance qu'elle est **fine**.

Soit  $A \subseteq \Theta$  un concept de  $\Theta$  et soit  $R$  une connaissance de  $\Theta$ . Si  $A \in R$ , alors le concept  $A$  est certain dans la connaissance  $R$ . Sinon il est incertain. Dans le cas où le concept  $A$  est incertain la question qui se pose est comment l'approximer dans  $R$ .

**Définition 15** On appelle l'**approximation inférieure** de  $A$  dans  $R$ , notée  $\underline{R}A$ , l'ensemble d'éléments  $[\theta]_R \in R$  qui sont inclus dans  $A$ .

$$\underline{R}A = \{[\theta]_R \mid [\theta]_R \subseteq A\} \quad (3.53)$$

L'approximation inférieure est donnée par tous les concepts du cadre de discernement qui sont contenus avec certitude dans  $R$ .

**Définition 16** On appelle l'**approximation supérieure** de  $A$  dans  $R$ , notée  $\overline{R}A$ , l'ensemble d'éléments  $[\theta]_R$  de  $R$  dont l'intersection avec  $A$  n'est pas vide.

$$\overline{R}A = \{[\theta]_R \mid [\theta]_R \cap A \neq \emptyset\} \quad (3.54)$$

L'approximation supérieure est donnée par tous les concepts du cadre de discernement moins ceux qui, avec certitude, ne sont pas contenus dans  $R$ .

Les termes approximations inférieure et supérieure ont été proposés par Pawlak [8]. Cependant, on peut les trouver également sous les noms de **coeur** et **enveloppe** respectivement (Parsons [24]).

**Exemple 15** Soit un cadre de discernement comportant 10 objets :

$$\Theta_{10} = \{\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_9\}$$

et soit aussi la connaissance  $R$  de ce cadre de discernement donnée par :

$$R = \left\{ \{\theta_0, \theta_4\}, \{\theta_1\}, \{\theta_2\}, \{\theta_3\}, \{\theta_5, \theta_6, \theta_9\}, \{\theta_7\}, \{\theta_8\} \right\}$$

Cette connaissance exprime le fait qu'on ne peut pas faire de distinction entre les objets  $\theta_0, \theta_4$  ou  $\theta_5, \theta_6, \theta_9$ .

Une information peut être représentée par un ensemble d'objets qui est un sous-ensemble quelconque du cadre de discernement :

$$A = \{\theta_0, \theta_1, \theta_4, \theta_5\}$$

Cette modélisation prend en compte seulement l'imprécision de l'information, car son degré de certitude, étant mal connu, ou complètement inconnu, est ignoré.

À partir de la connaissance  $R$  et de l'information  $A$  on peut calculer les approximations inférieure et supérieure respectivement :

$$\underline{R}A = \{\{\theta_0, \theta_4\}, \{\theta_1\}\} \quad (3.55)$$

$$\overline{R}A = \{\{\theta_0, \theta_4\}, \{\theta_1\}, \{\theta_5, \theta_6, \theta_9\}\} \quad (3.56)$$

Ces approximations représentent d'un côté l'ensemble d'objets auxquels on accorde toute notre confiance ( $\underline{R}A$ ) et d'un autre côté l'ensemble d'objets qui sont possibles ( $\overline{R}A$ ).

## Combinaison d'informations

**Définition 17 (Combinaison de concepts)** Soit  $\Theta$  le cadre de discernement et  $R$  une connaissance de  $\Theta$ . Et soient  $A$  et  $B$  deux concepts de  $\Theta$  caractérisés dans la connaissance  $R$  par le couple d'ensembles  $(\underline{R}A, \overline{R}A)$  et  $(\underline{R}B, \overline{R}B)$  respectivement. Alors les informations imparfaites  $A \cap B$  et  $A \cup B$  sont caractérisées par leurs approximations  $(\underline{R}(A \cap B), \overline{R}(A \cap B))$  et  $(\underline{R}(A \cup B), \overline{R}(A \cup B))$  respectivement. Elles sont définies comme suit :

$$1. \text{ combinaison conjonctive :} \quad \underline{R}(A \cap B) = \underline{R}A \cap \underline{R}B \quad (3.57)$$

$$\overline{R}(A \cap B) \subseteq \overline{R}A \cap \overline{R}B \quad (3.58)$$

$$2. \text{ combinaison disjonctive :} \quad \underline{R}(A \cup B) \supseteq \underline{R}A \cup \underline{R}B \quad (3.59)$$

$$\overline{R}(A \cup B) = \overline{R}A \cup \overline{R}B \quad (3.60)$$

**Définition 18 (Combinaison de connaissances)** Soit une famille de connaissances  $\mathbf{R}$  de  $\Theta$ . Pour obtenir une connaissance équivalente de cette famille, on calcule

l'intersection de toutes les connaissances de la famille, notée  $\text{IND}(\mathbf{R})$ :

$$\text{IND}(\mathbf{R}) = \bigcap_{R_i \in \mathbf{R}} R_i \quad (3.61)$$

$\text{IND}(\mathbf{R})$  représente l'ensemble de classes d'objets qui sont indiscernables.

### Ignorance

**Définition 19** Soit un cadre de discernement  $\Theta$  et une connaissance  $R$ . Si on a aucune information *a priori* sur un concept  $A$ , alors on considère que ses approximations inférieure et supérieure dans la connaissance  $R$  sont  $\underline{R}A = \emptyset$  et  $\overline{R}A = \Theta$ .

### Indépendance

**Définition 20** Soit  $\mathbf{F} = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$  une famille de concepts de  $\Theta$ . On dit du concept  $A_i$  qu'il est **dispensable** pour  $\mathbf{F}$  si

$$\bigcap_{j=1, j \neq i}^{j=n} A_j = \bigcap_{j=1}^{j=n} A_j \quad (3.62)$$

Sinon, on dit que le concept  $A_i$  est **indispensable** pour  $\mathbf{F}$ .

**Définition 21** Une famille de concepts  $\mathbf{F}$  est dite **indépendante** si tous ses concepts sont indispensables pour  $\mathbf{F}$ ; sinon elle est dite **dépendante**.

Dans le cas où la famille de connaissances ou la famille de concepts à étudier sont dépendantes, il existe plusieurs méthodes de réduction, qui permettent d'obtenir des familles équivalentes mais indépendantes (Pawlak [8]).

### Décision

Après une combinaison d'informations dans le formalisme des ensembles approchés à l'aide des équations (3.57) à (3.60) la conclusion qui peut être tirée est la suivante : l'objet recherché est probablement dans  $\underline{R}A$ , mais la possibilité qu'il soit dans  $\overline{R}A$  n'est pas éliminée.

Pour appliquer la théorie des ensembles approchés il faut posséder une connaissance *a priori* de la base de données qui contient les objets qu'on désire identifier.

1. Si la connaissance  $R$  n'est pas assez fine (granulée), les approximations inférieures des informations peuvent être vides; ce qu'il faut éviter le plus possible.
2. Si la connaissance  $R$  est parfaitement granulée, la théorie des ensembles approchés est, dans ce cas, réduite simplement à la théorie classique des ensembles.

Ainsi, pour appliquer la théorie des ensembles approchés, il faut que la connaissance *a priori* de la base de données soit ni trop, ni pas assez granulée. Dans le cas contraire, il vaut mieux ne pas fusionner des informations à l'aide de cette théorie car les résultats seront difficilement exploitables.

### 3.6.3 Étude des scénarios

La base de données qui classe les objets pouvant être détectés par le système peut être modélisée par une connaissance idéale très fine :

$$R_0 = \left\{ \{\theta_1\}, \{\theta_2\}, \dots, \{\theta_{143}\} \right\}$$

Cette modélisation tient compte du fait que chacun des objets peut être différencié par rapport aux autres : il n'existe pas deux objets avec les mêmes caractéristiques (attributs).

Dans la suite on considère que nos connaissances de la base de données ne sont pas complètes et qu'on ne possède qu'une partition de la base de données en termes de :

1. le type et le sous-type ;
2. la classification en termes d'offensivité.

En pratique, ceci est guidé par les informations disponibles des capteurs utilisés. Les connaissances  $R_1$  et  $R_2$  correspondant aux partitions de la base de données en rapport avec le type et le sous-type des objets et la classification en termes d'offensivité

respectivement sont présentées dans l'annexe C.1. La connaissance totale  $R$  est :

$$R = \left\{ \begin{aligned} &\{\theta_1\}, \{\theta_2, \theta_9, \theta_{26}, \theta_{29}, \theta_{73}\}, \{\theta_3, \theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}\}, \{\theta_4, \theta_7, \theta_{17}, \theta_{31}, \theta_{37}, \theta_{45}, \theta_{46}, \theta_{47}\}, \\ &\{\theta_5, \theta_6, \theta_{20}, \dots, \theta_{24}, \theta_{70}, \theta_{71}\}, \{\theta_8, \theta_{39}, \theta_{60}, \theta_{64}, \theta_{66}, \theta_{67}, \theta_{69}\}, \{\theta_{12}, \theta_{15}, \theta_{16}\}, \{\theta_{13}, \theta_{14}\}, \\ &\{\theta_{25}\}, \{\theta_{27}\}, \{\theta_{28}\}, \{\theta_{30}, \theta_{38}, \theta_{48}, \theta_{49}\}, \{\theta_{32}\}, \{\theta_{33}, \theta_{42}, \theta_{43}, \theta_{44}, \theta_{61}\}, \{\theta_{34}, \theta_{65}, \theta_{68}\}, \\ &\{\theta_{35}\}, \{\theta_{36}\}, \{\theta_{40}, \theta_{53}, \dots, \theta_{59}\}, \{\theta_{41}, \theta_{50}, \theta_{51}, \theta_{52}, \theta_{63}\}, \{\theta_{62}\}, \{\theta_{74}\}, \{\theta_{75}, \theta_{99}, \theta_{116}\}, \\ &\{\theta_{72}, \theta_{76}, \theta_{93}, \theta_{94}, \theta_{113}, \theta_{114}, \theta_{115}, \theta_{117}, \theta_{121}, \theta_{122}\}, \{\theta_{77}, \dots, \theta_{82}, \theta_{84}, \theta_{85}, \theta_{86}, \theta_{88}, \theta_{89}\}, \\ &\{\theta_{83}, \theta_{87}\}, \{\theta_{90}, \theta_{137}, \theta_{138}, \theta_{141}\}, \{\theta_{91}\}, \{\theta_{92}, \theta_{101}, \theta_{140}\}, \{\theta_{95}, \theta_{96}, \theta_{102}, \theta_{103}, \theta_{125}, \theta_{139}\}, \\ &\{\theta_{97}, \theta_{110}, \theta_{131}\}, \{\theta_{98}\}, \{\theta_{100}, \theta_{111}\}, \{\theta_{104}, \dots, \theta_{109}, \theta_{112}, \theta_{142}\}, \{\theta_{118}\}, \{\theta_{120}, \theta_{124}\}, \\ &\{\theta_{119}, \theta_{123}, \theta_{127}\}, \{\theta_{126}\}, \{\theta_{135}\}, \{\theta_{128}, \theta_{129}, \theta_{130}, \theta_{132}, \theta_{133}, \theta_{134}, \theta_{136}, \theta_{143}\} \end{aligned} \right\}$$

Ensuite, chacune des informations qu'on a considérée pour les scénarios tests peut être modélisée par un concept (un sous-ensemble de  $\Theta$ ) dans la théorie des ensembles approchés :

$$A_1 = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{70}, \theta_{71}, \theta_{73}\}$$

$$A_2 = \{\theta_{11}, \theta_{19}, \theta_{63}\}$$

$$A_3 = \{\theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{28}, \theta_{62}, \theta_{72}, \theta_{73}, \theta_{75}, \dots, \theta_{127}, \theta_{131}, \theta_{135}, \theta_{137}, \dots, \theta_{142}\}$$

$$A_4 = \{\theta_2, \theta_3, \theta_5, \theta_6, \theta_8, \theta_9, \theta_{11}, \theta_{13}, \theta_{14}, \theta_{18}, \dots, \theta_{26}, \theta_{28}, \dots, \theta_{31}, \theta_{34}, \theta_{36}, \theta_{39}, \theta_{45}, \dots, \theta_{49}, \theta_{60}, \\ \theta_{62}, \dots, \theta_{71}, \theta_{73}, \theta_{95}, \theta_{96}, \theta_{125}, \theta_{131}\}$$

$$A_5 = \{\theta_{29}, \theta_{33}, \theta_{35}, \theta_{36}\}$$

$$A_6 = \{\theta_2, \theta_3, \theta_8, \dots, \theta_{11}, \theta_{13}, \theta_{14}, \theta_{18}, \dots, \theta_{26}, \theta_{28}, \theta_{29}, \theta_{34}, \theta_{73}, \theta_{77}, \dots, \theta_{90}, \theta_{93}, \theta_{94}, \theta_{98}, \theta_{101}, \\ \theta_{115}, \theta_{117}, \theta_{118}, \theta_{120}, \dots, \theta_{124}, \theta_{126}, \theta_{127}, \theta_{137}, \theta_{138}, \theta_{140}\}$$

$$A_7 = \{\theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{31}, \theta_{34}, \theta_{35}, \theta_{46}, \theta_{47}, \theta_{63}\}$$

$$A_8 = \{\theta_{18}, \theta_{19}\}$$

$$A_9 = \{\theta_3, \theta_5, \theta_6, \theta_9, \dots, \theta_{11}, \theta_{13}, \theta_{14}, \theta_{18}, \dots, \theta_{26}, \theta_{28}, \theta_{29}, \theta_{34}, \theta_{70}, \dots, \theta_{73}, \theta_{76}, \dots, \theta_{90}, \theta_{93}, \theta_{98}, \\ \theta_{101}, \theta_{113}, \dots, \theta_{115}, \theta_{117}, \dots, \theta_{124}, \theta_{126}, \theta_{127}, \theta_{135}, \theta_{137}, \theta_{138}, \theta_{140}, \theta_{141}\}$$

$$A_{10} = \{\theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{34}\}$$

$$A_{11} = \{\theta_{11}, \theta_{18}, \dots, \theta_{24}, \theta_{30}, \theta_{31}, \theta_{34}, \theta_{35}, \theta_{36}, \theta_{45}, \dots, \theta_{49}, \theta_{63}, \theta_{67}, \theta_{69}\}$$

$$A_{12} = \{\theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{63}\}$$

$$A_{13} = \{\theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{28}, \theta_{73}, \theta_{75}, \theta_{91}, \theta_{92}, \theta_{97}, \theta_{99}, \theta_{102}, \dots, \theta_{112}, \theta_{116}, \theta_{131}, \theta_{139}, \theta_{142}\}$$

$$A_{14} = \{\theta_7, \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{72}, \theta_{73}, \theta_{74}, \theta_{76}, \dots, \theta_{90}, \theta_{93}, \theta_{94}, \theta_{97}, \theta_{98}, \theta_{100}, \theta_{101}, \theta_{104}, \theta_{105}, \theta_{106}, \theta_{113}, \theta_{114}, \\ \theta_{115}, \theta_{117}, \dots, \theta_{124}, \theta_{126}, \theta_{127}, \theta_{135}, \theta_{137}, \theta_{138}, \theta_{140}, \theta_{141}\}$$

La totalité des modélisations réalisées pour le scénario étudié sont présentées dans l'annexe C.3. À titre d'exemple, on présente ici les approximations des informations  $A_2$  et  $A_6$  :

$$\underline{RA}_2 = \{ \emptyset \}$$

$$\overline{RA}_2 = \{ \{\theta_3, \theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}\}, \{\theta_{41}, \theta_{50}, \theta_{51}, \theta_{52}, \theta_{63}\} \}$$

$$\underline{RA}_6 = \{ \{\theta_2, \theta_9, \theta_{26}, \theta_{29}, \theta_{73}\}, \{\theta_3, \theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}\}, \{\theta_{13}, \theta_{14}\}, \{\theta_{25}\}, \{\theta_{28}\}, \{\theta_{98}\}, \\ \{\theta_{77}, \dots, \theta_{82}, \theta_{84}, \theta_{85}, \theta_{86}, \theta_{88}, \theta_{89}\}, \{\theta_{83}, \theta_{87}\}, \{\theta_{120}, \theta_{124}\}, \{\theta_{118}\}, \{\theta_{126}\} \}$$

$$\overline{RA}_6 = \{ \{\theta_2, \theta_9, \theta_{26}, \theta_{29}, \theta_{73}\}, \{\theta_3, \theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}\}, \{\theta_5, \theta_6, \theta_{20}, \dots, \theta_{24}, \theta_{70}, \theta_{71}\}, \{\theta_{13}, \theta_{14}\}, \\ \{\theta_8, \theta_{39}, \theta_{60}, \theta_{64}, \theta_{66}, \theta_{67}, \theta_{69}\}, \{\theta_{25}\}, \{\theta_{28}\}, \{\theta_{34}, \theta_{65}, \theta_{68}\}, \{\theta_{90}, \theta_{137}, \theta_{138}, \theta_{141}\}, \\ \{\theta_{72}, \theta_{76}, \theta_{93}, \theta_{94}, \theta_{113}, \theta_{114}, \theta_{115}, \theta_{117}, \theta_{121}, \theta_{122}\}, \{\theta_{77}, \dots, \theta_{82}, \theta_{84}, \theta_{85}, \theta_{86}, \theta_{88}, \theta_{89}\}, \\ \{\theta_{83}, \theta_{87}\}, \{\theta_{92}, \theta_{101}, \theta_{140}\}, \{\theta_{98}\}, \{\theta_{120}, \theta_{124}\}, \{\theta_{119}, \theta_{123}, \theta_{127}\}, \{\theta_{118}\}, \{\theta_{126}\} \}$$

Soient les informations finales  $A^\cap$  et  $A^\cup$  correspondant au scénario test 1 :

$$A^\cap = A_1 \cap \dots \cap A_4 \cap A_6 \cap \dots \cap A_{14} \quad (3.63)$$

$$A^\cup = A_1 \cup \dots \cup A_4 \cup A_6 \cup \dots \cup A_{14} \quad (3.64)$$

Le résultat du scénario test 1 est :

$$\underline{RA}^\cap = \{ \emptyset \}$$

$$\overline{RA}^\cap \subseteq \{ \{\theta_3, \theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}\} \}$$

et

$$\begin{aligned}
\underline{RA}^{\cup} \supseteq & \left\{ \{\theta_1\}, \{\theta_2, \theta_9, \theta_{26}, \theta_{29}, \theta_{73}\}, \{\theta_3, \theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}\}, \{\theta_4, \theta_7, \theta_{17}, \theta_{31}, \theta_{37}, \theta_{45}, \theta_{46}, \theta_{47}\}, \right. \\
& \{\theta_5, \theta_6, \theta_{20}, \dots, \theta_{24}, \theta_{70}, \theta_{71}\}, \{\theta_8, \theta_{39}, \theta_{60}, \theta_{64}, \theta_{66}, \theta_{67}, \theta_{69}\}, \{\theta_{12}, \theta_{15}, \theta_{16}\}, \\
& \{\theta_{13}, \theta_{14}\}, \{\theta_{25}\}, \{\theta_{27}\}, \{\theta_{28}\}, \{\theta_{30}, \theta_{38}, \theta_{48}, \theta_{49}\}, \{\theta_{32}\}, \{\theta_{33}, \theta_{42}, \theta_{43}, \theta_{44}, \theta_{61}\}, \\
& \{\theta_{34}, \theta_{65}, \theta_{68}\}, \{\theta_{35}\}, \{\theta_{36}\}, \{\theta_{40}, \theta_{53}, \dots, \theta_{59}\}, \{\theta_{41}, \theta_{50}, \theta_{51}, \theta_{52}, \theta_{63}\}, \{\theta_{62}\}, \\
& \{\theta_{72}, \theta_{76}, \theta_{93}, \theta_{94}, \theta_{113}, \theta_{114}, \theta_{115}, \theta_{117}, \theta_{121}, \theta_{122}\}, \{\theta_{74}\}, \{\theta_{75}, \theta_{99}, \theta_{116}\} \\
& \{\theta_{77}, \dots, \theta_{82}, \theta_{84}, \theta_{85}, \theta_{86}, \theta_{88}, \theta_{89}\}, \{\theta_{83}, \theta_{87}\}, \{\theta_{90}, \theta_{137}, \theta_{138}, \theta_{141}\}, \{\theta_{91}\}, \\
& \{\theta_{92}, \theta_{101}, \theta_{140}\}, \{\theta_{95}, \theta_{96}, \theta_{102}, \theta_{103}, \theta_{125}, \theta_{139}\}, \{\theta_{97}, \theta_{110}, \theta_{131}\}, \{\theta_{98}\}, \{\theta_{100}, \theta_{111}\}, \\
& \left. \{\theta_{104}, \dots, \theta_{109}, \theta_{112}, \theta_{142}\}, \{\theta_{118}\}, \{\theta_{120}, \theta_{124}\}, \{\theta_{119}, \theta_{123}, \theta_{127}\}, \{\theta_{126}\}, \{\theta_{135}\} \right\} \\
\overline{RA}^{\cup} = & \left\{ \{\theta_1\}, \{\theta_2, \theta_9, \theta_{26}, \theta_{29}, \theta_{73}\}, \{\theta_3, \theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}\}, \{\theta_4, \theta_7, \theta_{17}, \theta_{31}, \theta_{37}, \theta_{45}, \theta_{46}, \theta_{47}\}, \right. \\
& \{\theta_5, \theta_6, \theta_{20}, \dots, \theta_{24}, \theta_{70}, \theta_{71}\}, \{\theta_8, \theta_{39}, \theta_{60}, \theta_{64}, \theta_{66}, \theta_{67}, \theta_{69}\}, \{\theta_{12}, \theta_{15}, \theta_{16}\}, \\
& \{\theta_{13}, \theta_{14}\}, \{\theta_{25}\}, \{\theta_{27}\}, \{\theta_{28}\}, \{\theta_{30}, \theta_{38}, \theta_{48}, \theta_{49}\}, \{\theta_{32}\}, \{\theta_{33}, \theta_{42}, \theta_{43}, \theta_{44}, \theta_{61}\}, \\
& \{\theta_{34}, \theta_{65}, \theta_{68}\}, \{\theta_{35}\}, \{\theta_{36}\}, \{\theta_{40}, \theta_{53}, \dots, \theta_{59}\}, \{\theta_{41}, \theta_{50}, \theta_{51}, \theta_{52}, \theta_{63}\}, \{\theta_{62}\}, \\
& \{\theta_{72}, \theta_{76}, \theta_{93}, \theta_{94}, \theta_{113}, \theta_{114}, \theta_{115}, \theta_{117}, \theta_{121}, \theta_{122}\}, \{\theta_{74}\}, \{\theta_{75}, \theta_{99}, \theta_{116}\} \\
& \{\theta_{77}, \dots, \theta_{82}, \theta_{84}, \theta_{85}, \theta_{86}, \theta_{88}, \theta_{89}\}, \{\theta_{83}, \theta_{87}\}, \{\theta_{90}, \theta_{137}, \theta_{138}, \theta_{141}\}, \{\theta_{91}\}, \\
& \{\theta_{92}, \theta_{101}, \theta_{140}\}, \{\theta_{95}, \theta_{96}, \theta_{102}, \theta_{103}, \theta_{125}, \theta_{139}\}, \{\theta_{97}, \theta_{110}, \theta_{131}\}, \{\theta_{98}\}, \{\theta_{100}, \theta_{111}\}, \\
& \left. \{\theta_{104}, \dots, \theta_{109}, \theta_{112}, \theta_{142}\}, \{\theta_{118}\}, \{\theta_{120}, \theta_{124}\}, \{\theta_{119}, \theta_{123}, \theta_{127}\}, \{\theta_{126}\}, \{\theta_{135}\} \right\}
\end{aligned}$$

Étant donné que pour  $\forall A \subseteq \Theta$ ,  $\underline{RA} \subseteq \overline{RA}$  et qu'en regardant les deux derniers résultats on observe que  $\underline{RA}^{\cup} = \overline{RA}^{\cup}$ .

Le résultat du scénario test 1 peut être résumé comme suit :

1. Si on applique une méthode conjonctive (l'intersection), l'objet observé est probablement dans la classe d'objets  $\{\theta_3, \theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}\}$  retrouvée dans  $\overline{RA}^{\cap}$ . Aucun objet ou classe d'objets n'est identifié avec certitude car  $\underline{RA}^{\cap} = \{\emptyset\}$ .
2. Si on applique une méthode disjonctive (l'union), l'objet observé est certainement dans une des classes d'objets contenues dans  $\underline{RA}^{\cup} = \overline{RA}^{\cup}$ . Comme toute méthode disjonctive, elle ne fournit pas un résultat très précis.

La particularité du scénario test 2, qui introduit une contre mesure à l’instant n° 5, est que  $\underline{R}A^\cap = \overline{R}A^\cap = \{\emptyset\}$ . Ceci nous amène à conclure que la méthode conjonctive n’arrive pas à éliminer la contre-mesure, ce qui rend impossible une prise de décision ou une conclusion. Ainsi, la théorie des ensembles approchés semble ne pas convenir pour les problèmes de fusion de données (et particulièrement pour l’identification de cibles) car elle n’arrive pas à éliminer les contre-mesures.

### 3.7 Conclusion

La théorie des probabilités est capable de traiter efficacement les problèmes d’incertitude tels que les jeux du hasard. Par contre, dès que l’imprécision intervient dans les problèmes, les solutions existantes ne sont plus optimales et parfois on arrive à des résultats aberrants. La méthode de combinaison du consensus suppose la connaissance *a priori* des confiances qu’un certain agent accorde aux différents capteurs (sources d’informations). Ceci n’étant pas toujours réalisable, on est obligé de considérer les sources équiprobables (“équi-fiables”), ce qui n’est pas nécessairement le meilleur choix.

La théorie de l’évidence permet de modéliser des informations à la fois imprécises et incertaines. Les résultats obtenus avec la méthode de combinaison conjonctive sont plus réalistes par rapport à la combinaison conjonctive de la théorie des probabilités. Elle permet de garder quand-même des propositions qui sont semblables à la cible observée, par rapport à la théorie des probabilités qui les élimine complètement. La combinaison disjonctive de la théorie de l’évidence produit un très grand nombre de propositions et elle est inutilisable seule dans le problème d’identification de cible.

Les informations vagues ne sont pas nécessairement bien modélisés dans les théories des probabilités et de l’évidence d’où la nécessité d’introduire la théorie des sous-ensembles flous pour mieux les caractériser. Sa principale qualité est d’offrir un cadre mathématique pour modéliser des informations provenant des sources humaines (*longueur petite, vitesse grande*, etc). La principale difficulté de l’application

de cette théorie est la connaissance *a priori* des fonctions d'appartenance aux classes qui caractérisent les attributs vagues. Un inconvénient de cette théorie est que la modélisation des informations non vagues doit se faire à l'aide de la théorie classique des ensembles (par des fonctions d'appartenance strictes), ce qui n'est pas la meilleure solution nécessairement.

La théorie des possibilités a été développée pour traiter un certain aspect de l'incertitude, aspect qui n'est pas pris en compte par la théorie des probabilités, l'incomplétude. Les informations incomplètes sont combinées dans la théorie des possibilités à l'aide des méthodes de combinaisons définies dans la théorie des sous-ensembles flous. Un inconvénient de cette théorie vient du fait que les méthodes de combinaisons normalisées ne respectent plus la règle de la distributivité. La fonction de distribution de possibilités doit toujours être normalisée (contrainte de définition), qui rend le résultat de la fusion d'informations dépendant de l'ordre de fusion des informations. Cette normalisation n'est pas nécessaire dans la théorie des sous-ensembles flous.

Les informations imprécises qui possèdent un degré d'incertitude inconnu ou qui n'est pas quantifiable, sont traitées par la théorie des ensembles approchés. La particularité de cette théorie est qu'elle propose une classe d'objets indiscernables plutôt qu'un objet seul. Ceci arrive quand la connaissance *a priori* de la base de données n'est pas complètement granulée. Le résultat du scénario test avec une contre-mesure n'est pas vraiment exploitable, car la théorie des ensembles approchés n'arrive pas à éliminer la contre-mesure. Cette théorie n'est donc pas faite pour résoudre des problèmes de fusion de données susceptibles de posséder des contre-mesures. Par contre, elle semble plus utile pour modéliser les connaissances *a priori* limitées d'une base de données.

# Chapitre 4

## Liens et passages entre les différentes théories

### 4.1 Introduction

Les problèmes de fusion de données décrits dans les chapitres précédents tenaient compte des informations à l'état brut, avant qu'elles soient modélisées. On pouvait ainsi décrire ces informations dans la théorie qui se prête le mieux ou dans la théorie la plus pratique. Dans certains problèmes, on ne connaît pas nécessairement les informations à leur état brut mais seulement leur modélisation mathématique. Il est possible que la théorie dans laquelle ces informations sont modélisées ne convienne pas au problème qu'on essaye de résoudre. Dans ces cas, les formules de passages entre les différents modèles mathématiques s'avèrent très utiles. Dans ce chapitre on présente les plus importantes et les plus utiles parmi ces transformations.

La figure 4.1 présente un schéma des liens existants entre les différentes théories. Ces liens sont étudiés en partant de la théorie des probabilités et en suivant les flèches dans l'ordre inscrit au-dessus.

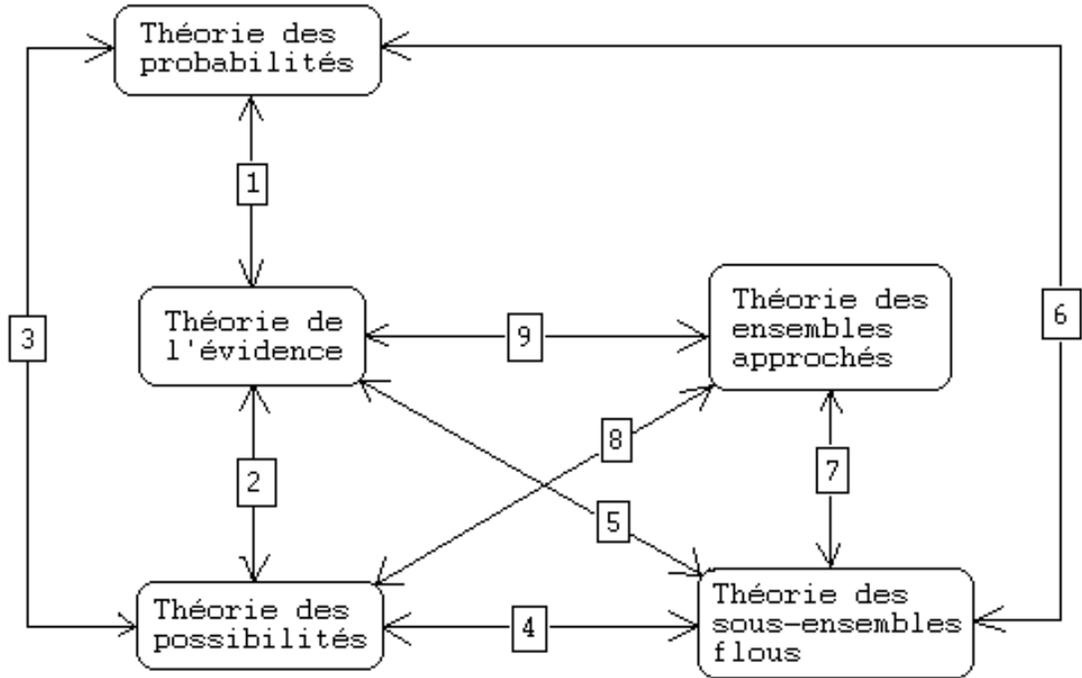


Fig. 4.1 – Liens entre les différentes théories

## 4.2 Théorie des probabilités/Théorie de l'évidence

La théorie des probabilités est une restriction de la théorie de l'évidence, car elle ne prend pas en compte le caractère d'imprécision d'une information imparfaite. Alors que la fonction de distribution de probabilité ne caractérise que l'ensemble  $\Theta$  (à cause de l'axiome d'additivité), la fonction masse caractérise entièrement l'ensemble  $2^\Theta$ . On peut alors conclure qu'entre les deux théories il n'existe pas de transformation idéale. Une transformation possible de la théorie de l'évidence vers la théorie des probabilités fait perdre aux informations leur caractère imprécis.

1. La **transformation pignistique** (Smets [9]) est la transformation la plus connue de la théorie de l'évidence vers la théorie des probabilités. Elle partage les masses des sous-ensembles imprécis entre les singletons qui les forment :

$$\text{BetP}[\theta] = \sum_{\theta \in A, A \subseteq \Theta} \frac{m(A)}{\text{card}(A)} \quad \forall \theta \in \Theta \quad (4.1)$$

**Exemple 16** Soit une information exprimée dans la théorie de l'évidence par la fonction de masse définie sur le cadre de discernement  $\Theta_{10} = \{\theta_0, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_9\}$  :

$$\begin{cases} m(\{\theta_0, \theta_1, \theta_2\}) = 0.6 \\ m(\Theta_{10}) = 0.4 \end{cases} \quad (4.2)$$

En appliquant la transformation pignistique (équation (4.1)) pour passer à une information exprimée dans la théorie des probabilités, on obtient la distribution de probabilités suivante :

$$\begin{aligned} \text{BetP}[\theta_0] = \text{BetP}[\theta_1] = \text{BetP}[\theta_2] &= \frac{0.6}{3} + \frac{0.4}{10} = 0.24 \\ \text{BetP}[\theta_3] = \text{BetP}[\theta_4] = \dots = \text{BetP}[\theta_9] &= \frac{0.4}{10} = 0.04 \end{aligned} \quad (4.3)$$

2. La **transformation de Voorbraak** (Voorbraak [10]) suppose une normalisation des plausibilités des singletons :

$$P_v[\theta] = \frac{\sum_{\theta \in A} m(A)}{\sum_{B \subseteq \Theta} m(B) \text{card}(B)} \quad \forall \theta \in \Theta \quad (4.4)$$

**Exemple 17** Soit la fonction de masse (équation (4.2)) de l'exemple 16. Avec la transformation de Voorbraak on obtient la distribution de probabilité suivante :

$$\begin{aligned} P_v[\theta_0] = P_v[\theta_1] = P_v[\theta_2] &= \frac{1}{3 \times 1 + 7 \times 0.4} = 0.172 \\ P_v[\theta_3] = P_v[\theta_4] = \dots = P_v[\theta_9] &= \frac{0.4}{3 \times 1 + 7 \times 0.4} = 0.069 \end{aligned} \quad (4.5)$$

Les transformations de la théorie de l'évidence vers la théorie des probabilités font correspondre à plusieurs fonctions de masses la même fonction de probabilités. Pour réaliser la transformation inverse, de la théorie des probabilités vers la théorie de l'évidence, il existe une infinité de correspondances possibles. Une fonction de croyance bayésienne  $\text{Bel}(\theta_i) = m(\theta_i) = P[\theta_i]$  peut être utilisée comme transformation de la théorie des probabilité vers la théorie de l'évidence.

Sudano [25] propose une méthode de construire une fonction de masse **consistante** (dont les éléments focaux sont des ensembles emboîtés) à partir d'une distribution de probabilités  $P$  définie sur l'ensemble  $\Theta$ . Soit  $\sigma$  la permutation de  $\{1, 2, \dots, N\}$

telle que :

$$P[\theta_{\sigma(1)}] \geq P[\theta_{\sigma(2)}] \geq \dots \geq P[\theta_{\sigma(N)}]$$

La fonction de masse  $m_s$  proposée par Sudano se calcul selon la formule :

$$\begin{aligned} m_s(\{\theta_{\sigma(1)}\}) &= 1 \times (P[\theta_{\sigma(1)}] - P[\theta_{\sigma(2)}]) \\ m_s(\{\theta_{\sigma(1)}, \theta_{\sigma(2)}\}) &= 2 \times (P[\theta_{\sigma(2)}] - P[\theta_{\sigma(3)}]) \\ &\dots\dots\dots \\ m_s(\{\theta_{\sigma(1)}, \theta_{\sigma(2)}, \dots, \theta_{\sigma(N-1)}\}) &= (N - 1) \times (P[\theta_{\sigma(N-1)}] - P[\theta_{\sigma(N)}]) \\ m_s(\{\theta_{\sigma(1)}, \theta_{\sigma(2)}, \dots, \theta_{\sigma(N-1)}, \theta_{\sigma(N)}\}) &= N \times P[\theta_{\sigma(N)}] \end{aligned}$$

### 4.3 Théorie de l'évidence/Théorie des possibilités

Soient  $m$  une fonction de masse et  $\pi$  une distribution de possibilités définies sur le même cadre de discernement  $\Theta$ . On considère  $\{A_1, A_2, \dots, A_N\}$  un sous-ensemble formé d'éléments de  $2^\Theta$ , tel que  $A_1 \subseteq A_2 \subseteq \dots \subseteq A_N$ . Cet ensemble emboîté peut être exprimé par :

$$\begin{aligned} A_1 &= \{\theta_{\sigma(1)}\} \\ A_2 &= \{\theta_{\sigma(1)}, \theta_{\sigma(2)}\} \\ &\dots\dots\dots \\ A_N &= \{\theta_{\sigma(1)}, \theta_{\sigma(2)}, \dots, \theta_{\sigma(N)}\} \end{aligned}$$

où  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N$  sont les singletons de  $\Theta$  et  $\sigma$  est une permutation de  $\{1, 2, \dots, N\}$ .

Si la fonction de masse est consonante, les plausibilités des singletons sont :

$$\begin{aligned} \text{Pl}(\{\theta_{\sigma(1)}\}) &= m(A_1) + m(A_2) + m(A_3) \dots + m(A_N) = 1 \\ \text{Pl}(\{\theta_{\sigma(2)}\}) &= m(A_2) + m(A_3) \dots + m(A_N) \\ &\dots\dots\dots \\ \text{Pl}(\{\theta_{\sigma(N)}\}) &= m(A_N) \end{aligned}$$

Donc, on peut retrouver une relation d'ordre entre ces valeurs:

$$1 = \text{Pl}(\theta_{\sigma(1)}) \geq \text{Pl}(\theta_{\sigma(2)}) \geq \dots \geq \text{Pl}(\theta_{\sigma(N)})$$

Et dans le cas d'une fonction de masse consonante, la définition de la plausibilité est :

$$\text{Pl}(A) = \max_{\theta_i \in A} \{\text{Pl}(\theta_i)\}$$

Soit  $\pi(\theta)$  une distribution de possibilité qui prend des valeurs dans l'intervalle  $[0,1]$ , et soient  $\theta_1, \theta_2, \dots$ , et  $\theta_N$  les singletons de  $\Theta$  tels que :

$$1 = \pi(\theta_{\sigma(1)}) \geq \pi(\theta_{\sigma(2)}) \geq \dots \geq \pi(\theta_{\sigma(N)})$$

En comparant les couples d'équations qui définissent les deux théories, on arrive à la conclusion de Dubois et Prade [26, 22] qui considèrent que la théorie des possibilités est un cas particulier de la théorie de l'évidence car les mesures de possibilité et de nécessité ne sont autres que la plausibilité et la croyance, définies pour des ensembles emboîtés. Ceci est aussi en concordance avec l'interprétation fréquentielle de Dubois et Prade [22] de la théorie des possibilités, à l'aide de laquelle ils définissent le degré de possibilité par la borne supérieure de la fréquence.

En posant l'égalité  $\pi(\theta_i) = \text{Pl}(\theta_i)$  il semble que les deux couples de mesures soient équivalents. Cependant, même si ces deux couples expriment les mêmes caractéristiques pour deux types d'imperfection des informations, elles ne sont pas équivalentes. Les deux théories s'attachent à avec des aspects différents de l'imperfection et les deux modélisations mathématiques de la plausibilité et de la possibilité ne traitent pas le même type d'information Smets [27], Sudkamp [28].

Quoique non équivalentes, on peut passer d'une théorie à l'autre en cas de nécessité à l'aide des formules suivantes :

1. De la théorie de l'évidence vers la théorie des possibilités :

$$\pi(\theta_i) = \text{Pl}(\theta_i) \tag{4.6}$$

Cette formule est valide seulement dans le cas où la fonction de masse est consonante. Sinon, la contrainte imposée à la fonction de distribution de possibilités n'est pas respectée ( $\exists \theta \in \Theta$  tel que  $\pi(\theta) = 1$ ). Dans les cas où la fonction de masse n'est pas consonante, on peut utiliser la même transformation en faisant attention à normaliser la fonction de distribution de possibilités.

2. de la théorie des possibilités vers la théorie de l'évidence :

$$m(A_{\sigma(i)}) = \begin{cases} \pi(\theta_{\sigma(N)}) & \text{si } i = N \\ \pi(\theta_{\sigma(i+1)}) - \pi(\theta_{\sigma(i)}) & \text{si } i \neq N \end{cases} \quad (4.7)$$

**Exemple 18** Soit une information exprimée dans la théorie de l'évidence par sa fonction de masse :

$$\begin{cases} m(\{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}) = 0.4 \\ m(\{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6\}) = 0.2 \\ m(\{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6, \theta_7, \theta_8\}) = 0.3 \\ m(\Theta) = 0.1 \end{cases} \quad (4.8)$$

En calculant la plausibilité de chacun des singletons du cadre de discernement  $\Theta$ , et à l'aide de la transformation de l'équation (4.6), on obtient la distribution de possibilités suivante :

$$\begin{cases} \pi(\theta_1) = \pi(\theta_2) = \pi(\theta_3) = 1 \\ \pi(\theta_4) = \pi(\theta_5) = \pi(\theta_6) = 0.6 \\ \pi(\theta_7) = \pi(\theta_8) = 0.4 \\ \pi(\theta_9) = \pi(\theta_{10}) = 0.1 \end{cases} \quad (4.9)$$

Inversement, si on veut exprimer l'information de la théorie des possibilités dans la théorie de l'évidence, on peut appliquer la transformation de l'équation (4.7) et on obtient :

$$\begin{cases} m(\{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6, \theta_7, \theta_8, \theta_9, \theta_{10}\}) = \pi(\theta_{10}) = 0.1 \\ m(\{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6, \theta_7, \theta_8, \theta_9\}) = \pi(\theta_9) - \pi(\theta_{10}) = 0 \\ m(\{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6, \theta_7, \theta_8\}) = \pi(\theta_8) - \pi(\theta_9) = 0.3 \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m(\{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6, \theta_7\}) = \pi(\theta_7) - \pi(\theta_8) = 0 \\ m(\{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6\}) = \pi(\theta_6) - \pi(\theta_7) = 0.2 \\ m(\{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5\}) = \pi(\theta_5) - \pi(\theta_6) = 0 \\ m(\{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4\}) = \pi(\theta_4) - \pi(\theta_5) = 0 \\ m(\{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}) = \pi(\theta_3) - \pi(\theta_4) = 0.4 \\ m(\{\theta_1, \theta_2\}) = \pi(\theta_2) - \pi(\theta_3) = 0 \\ m(\{\theta_1\}) = \pi(\theta_1) - \pi(\theta_2) = 0 \end{array} \right.$$

Si la taille du cadre de discernement est trop importante, la transformation d'une distribution de possibilité peut produire une distribution de masse trop complexe et lourde à manipuler. Pour la simplifier, il existe une manière de limiter le nombre d'ensembles emboîtés selon le besoin. Soit  $\alpha \in [0,1]$  un seuil de calcul. On peut construire les ensembles emboîtés en fonction du seuil  $\alpha$ . Posons :

$$M = \left\lceil \frac{1}{\alpha} \right\rceil \quad (4.10)$$

où  $\lceil x \rceil$  représente l'approximation de  $x$  par l'entier supérieur le plus proche.

Alors le nombre d'ensembles emboîtés est au maximum  $M$ . La fonction masse résultante est donc :

$$\left\{ \begin{array}{ll} m(A_1) = \alpha & A_1 = \{\theta | \pi(\theta) \geq 1 - \alpha\} \\ m(A_2) = \alpha & A_2 = \{\theta | \pi(\theta) \geq 1 - 2\alpha\} \\ \dots & \dots \\ m(A_{M-1}) = \alpha & A_{M-1} = \{\theta | \pi(\theta) \geq 1 - (M-1)\alpha\} \\ m(A_M) = 1 - (M-1)\alpha & A_M = \Theta \end{array} \right. \quad (4.11)$$

On réduit ainsi la complexité du modèle mathématique en perdant cependant une partie de la finesse de l'information.

**Exemple 19** Soit un cadre de discernement  $\Theta$  dont  $\text{card}(\Theta) = 1000$  et soit  $\pi$  une distribution de possibilités sur  $\Theta$ . Au lieu de prendre la transformation classique pour

obtenir une information équivalente exprimée dans la théorie de l'évidence (équation (4.7)), on utilise cette méthode avec un seuil  $\alpha = 0.15$ . On obtient seulement sept ensembles emboîtés définis par :

$$\left\{ \begin{array}{ll} m(A_1) = 0.15 & A_1 = \{\theta | \pi(\theta) \geq 0.85\} \\ m(A_2) = 0.15 & A_2 = \{\theta | \pi(\theta) \geq 0.7\} \\ m(A_3) = 0.15 & A_3 = \{\theta | \pi(\theta) \geq 0.55\} \\ \dots & \dots \\ m(A_6) = 0.15 & A_6 = \{\theta | \pi(\theta) \geq 0.1\} \\ m(A_7) = 0.1 & A_7 = \Theta \end{array} \right. \quad (4.12)$$

## 4.4 Théorie des possibilités/Théorie des probabilités

La théorie de l'évidence est à la fois une généralisation de la théorie des probabilités et de la théorie des possibilités, bien que ces deux dernières soient deux théories différentes. Cependant, les informations en provenance des deux théories se complètent. Il arrive qu'on ait besoin de combiner des informations provenant des deux théories, et pour réaliser ceci, plusieurs formules de passages ont été proposées. Avant d'appliquer les formules de passage, il faut trouver la permutation  $\sigma$  qui range les éléments du cadre de discernement  $\Theta$  de la manière suivante :

1. pour passer de la théorie des possibilités vers la théorie des probabilités

$$\pi(\theta_{\sigma(i)}) \geq \pi(\theta_{\sigma(i+1)}) \quad \forall i, 1 \leq i \leq N - 1 \quad (4.13)$$

2. pour passer de la théorie des probabilités vers la théorie des possibilités

$$P(\theta_{\sigma(i)}) \geq P(\theta_{\sigma(i+1)}) \quad \forall i, 1 \leq i \leq N - 1 \quad (4.14)$$

Plusieurs transformations ont été proposées pour faire le lien entre ces deux théories :

1. Les formules proposées par Dubois et Prade qui sont les plus utilisées dans la

littérature :

$$\pi(\theta_{\sigma(i)}) = \sum_{j=1}^N \min\{P(\theta_{\sigma(i)}), P(\theta_{\sigma(j)})\} \quad (4.15)$$

$$P(\theta_{\sigma(i)}) = \sum_{j=i}^N \frac{\pi(\theta_{\sigma(j)}) - \pi(\theta_{\sigma(j+1)})}{j} \quad (4.16)$$

2. On rappelle les transformations de Klir et Parviz[11] qui conservent la mesure d'imperfection. Pour une distribution de probabilité, la mesure d'incertitude est l'entropie :

$$H(P) = - \sum_{\theta \in \Theta} P(\theta) \log_2(P(\theta)) \quad (4.17)$$

Pour une distribution de possibilités, plusieurs mesures pour quantifier l'imperfection ont été proposées (Klir [1]). Parmi ces mesures, il y a la mesure de non spécificité qui est définie par :

$$NS(\pi) = \sum_{i=2}^N \left( \pi(\theta_{\sigma(i)}) - \pi(\theta_{\sigma(i+1)}) \right) \log_2 \frac{i^2}{\sum_{j=1}^i \pi(\theta_{\sigma(j)})} \quad (4.18)$$

Avec ces considérations, Klir et Parviz proposent une transformation donnée par les équations:

$$\pi(\theta_{\sigma(i)}) = \frac{P(\theta_{\sigma(i)})^{H(P)}}{P(\theta_{\sigma(1)})^{H(P)}} \quad (4.19)$$

$$P(\theta_{\sigma(i)}) = \frac{\pi(\theta_{\sigma(i)})^{1/NS(\pi)}}{\sum_{k=1}^N \pi(\theta_{\sigma(k)})^{1/NS(\pi)}} \quad (4.20)$$

3. Les transformations les plus communes, basées sur la proportionnalité, qui représentent un cas particulier des équations (4.19) et (4.20) :

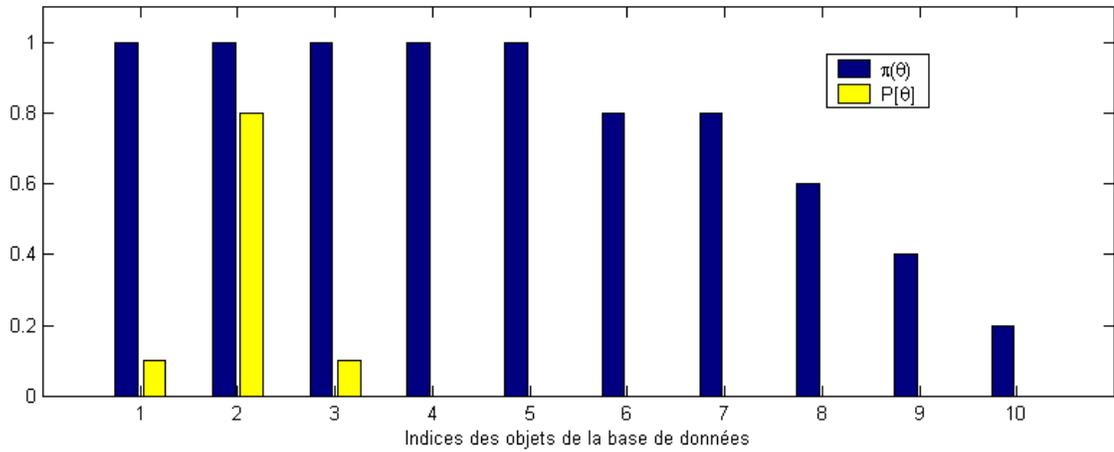
$$\pi(\theta_{\sigma(i)}) = \frac{P(\theta_{\sigma(i)})}{P(\theta_{\sigma(1)})} \quad (4.21)$$

$$P(\theta_{\sigma(i)}) = \frac{\pi(\theta_{\sigma(i)})}{\pi(\theta_{\sigma(1)}) + \pi(\theta_{\sigma(2)}) + \dots + \pi(\theta_{\sigma(N)})} \quad (4.22)$$

En dépit de ces transformations, Klir et Parviz[11] considerent qu'en fonction de la vision qu'on a sur la théorie des probabilités et la théorie des possibilités, on

arrive à dire que chacune des théories est plus raffinée que l'autre, l'une étant donc une généralisation de l'autre. Ceci représente une contradiction et ils concluent que même si les deux théories traitent l'incertitude, elles analysent des aspects différents de l'incertitude. On retrouve la même idée dans l'article de Zadeh [7] qui définit la théorie des possibilités à partir de la théorie des sous-ensembles flous.

**Exemple 20** Soit un cadre de discernement formé de 10 objets  $\Theta_{10} = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{10}\}$ . Les distributions de probabilités et de possibilités décrivant la situation étudiée sont présentées dans la figure 4.2.



**Fig. 4.2** – *Exemple de distributions de probabilités et de possibilités complémentaires*

On remarque que les deux distributions ne sont pas du tout corrélées, donc aucune transformation ne peut exister entre elles. De même, si une des distributions manque, on ne peut pas s'attendre à la retrouver à partir de l'autre distribution et avec des formules de passage. Si on prend en compte seulement une des deux fonctions de distribution, l'information obtenue sera réduite considérablement. En conclusion, il faut utiliser les deux informations simultanément si elles sont disponibles, car elles sont complémentaires et non-redondantes. Les formules de passage, quant à elles, représentent un dernier recours dans le cas où on n'a qu'une des informations nécessaires exprimées en terme de probabilités (respectivement de possibilités) et qu'on doit analyser en terme de possibilités (respectivement de probabilités).

## 4.5 Théorie des possibilités/Théorie des sous-ensembles flous

Les deux théories des sous-ensembles flous et des possibilités sont fortement liées car la théorie des possibilités a été développée par Zadeh [7] à partir de la théorie des sous-ensembles flous. Soit le cadre de discernement  $\Theta$  et un ensemble flou  $\underline{A}$  de  $\Theta$  caractérisé par la fonction d'appartenance  $\mu_{\underline{A}}(\theta)$ . En définissant la possibilité d'un événement  $\theta$ , Zadeh considère la mesure de possibilité égale au degré d'appartenance de cet événement au sous-ensemble flou  $\underline{A}$  :

$$\pi(\theta) = \mu_{\underline{A}}(\theta) \quad (4.23)$$

Donc si une information est exprimée par un sous-ensemble flou  $\underline{A}$ , alors la même information peut être exprimée par une distribution de possibilités  $\pi(\theta) = \mu_{\underline{A}}(\theta)$ . Inversement, si une information est exprimée par une distribution de possibilités  $\pi(\theta)$ , alors elle peut être aussi représentée par un sous-ensemble flou  $\underline{A}$  tel que  $\mu_{\underline{A}}(\theta) = \pi(\theta)$ .

## 4.6 Théorie des sous-ensembles flous/Théorie de l'évidence

1. Pour réaliser un passage entre la théorie des sous-ensembles flous et la théorie de l'évidence, on peut faire un passage composé : passer de la théorie des sous-ensembles flous vers la théorie des possibilités, puis de la théorie des possibilités vers la théorie de l'évidence. À l'aide de ce raisonnement on obtient :

$$\mu(\theta) = \pi(\theta) \quad \forall \theta \in \Theta \quad (4.24)$$

$$\pi(\theta) = \text{Pl}(\theta) \quad \forall \theta \in \Theta \quad (4.25)$$

ce qui implique

$$\mu(\theta) = \text{Pl}(\theta) \quad \forall \theta \in \Theta \quad (4.26)$$

2. Une autre version plus complexe a été proposée par J. Kampé de Fériet [29] au début des années 1980. Il considère que la fonction d'appartenance peut être vue

comme une fonction de croyance ou comme une fonction de plausibilité et de plus, il propose une manière pour faire la différence entre les deux cas. Il définit le cadre restreint  $\Theta_+$  qui est l'ensemble des événements  $\theta$  tels que  $\mu(\theta) > 0$ . Si  $\Theta_+$  n'est pas dénombrable (ne peut pas être compté), alors la fonction d'appartenance  $\mu(\theta)$  doit sûrement être interprétée comme une fonction de plausibilité. Mais si  $\Theta_+$  est dénombrable, alors la fonction d'appartenance est interprétée en fonction de la quantité  $\sum_{\theta \in \Theta_+} \mu(\theta)$ . Si cette quantité est supérieure à l'unité, alors la fonction d'appartenance  $\mu(\theta)$  sera interprétée comme une fonction de plausibilité. Dans le cas contraire, elle va être interprétée comme une fonction de croyance.

3. Un autre lien entre les deux théories peut être fait à partir de la représentation de la fonction d'appartenance en termes de  $\alpha$ -coupes. Soit  $\{\alpha_i\}_{i=1}^M$  un ensemble de valeurs ordonnées dans l'intervalle  $[0,1]$   $1 = \alpha_0 > \alpha_1 > \dots > \alpha_M = 0$  et les sous-ensembles  $A_{\alpha_i} \subseteq \Theta$  tels que  $A_{\alpha_i} = \{\theta \mid \theta \in \Theta, \mu(\theta) \geq \alpha_i\}$ .

On peut alors définir la fonction de distribution de masse à partir des valeurs  $\alpha_i$  par la relation :

$$m(A_{\alpha_i}) = \alpha_{i-1} - \alpha_i \quad \forall i, 1 \leq i \leq N \quad (4.27)$$

## 4.7 Théorie des sous-ensembles flous/Théorie des probabilités

Les deux théories des sous-ensembles flous et des probabilités ne traitent pas le même type d'imperfection. La théorie des probabilités traite l'appartenance d'un élément incertain à un ensemble certain, tandis que la théorie des sous-ensembles flous traite l'appartenance d'un élément certain à un ensemble incertain. Un passage entre les deux théories pourrait être exprimé à l'aide de la relation :

$$\mu_{\underline{A}}(\theta) = P[\underline{A}|\theta] \quad (4.28)$$

où  $P[\underline{A}|\theta]$  représente la probabilité conditionnelle de  $\underline{A}$  connaissant  $\theta$  (Dubois et Prade [23]). Les mêmes auteurs considèrent qu'entre la théorie des probabilités et la théorie des sous-ensembles flous existent aussi des ressemblances et des différences; la théorie

des possibilités se situe au croisement des deux théories (argument aussi supporté par Klir et Parviz).

## 4.8 Théorie des sous-ensembles flous/Théorie des ensembles approchés

Pawlak [30] a comparé les ensembles approchés et les sous ensembles flous. Il a démontré que l'union et l'intersection définies pour la fonction d'appartenance de la théorie des sous-ensembles flous de Zadeh [4] n'ont pas d'équivalence dans la théorie des ensembles approchés. Il a conclu que les ensembles approchés représentent un concept plus général que celui des sous-ensembles flous. D'après Pawlak, si dans le couple d'équations (3.58) et (3.59) réécrites ici :

$$\begin{aligned}\overline{R}(X \cap Y) &\subseteq \overline{R}X \cap \overline{R}Y \\ \underline{R}(X \cup Y) &\supseteq \underline{R}X \cup \underline{R}Y\end{aligned}$$

on retrouve l'égalité, la théorie des ensembles approchés est réduite à la théorie des sous-ensembles flous.

## 4.9 Théorie des ensembles approchés/Théorie des possibilités

Dubois et Prade [31, 32] considèrent que la vision de Pawlak [30] est fautive et que les ensembles approchés et les sous-ensembles flous ne doivent pas être regardés comme des théories rivales car elles traitent des concepts d'imperfection différents. La théorie des ensembles approchés traite l'indiscernabilité entre les objets d'un ensemble, tandis que la théorie des sous-ensembles flous traite les informations vagues. Il est donc possible de retrouver les deux types d'imperfection en même temps. Ce qui amène à combiner ces deux théories pour traiter des cas d'informations imparfaites plus complexes. L'introduction du concept d'ensemble approché flou apparaît

nécessaire.

**Définition 22** Soit  $\Theta$  le cadre de discernement et soit  $R$  une connaissance de  $\Theta$ . À la place d'un concept précis de  $\Theta$  nous allons considérer un concept flou  $\underline{A}$ . On appelle un **ensemble approché flou** la paire  $(\underline{RA}, \overline{RA})$  définie par :

$$\mu_{\underline{RA}}(\theta_i) = \inf\{\mu(\theta)|[\theta]_R\} \quad (4.29)$$

$$\mu_{\overline{RA}}(\theta_i) = \sup\{\mu(\theta)|[\theta]_R\} \quad (4.30)$$

Il a été montré [31, 32] que les équations (4.29) et (4.30) sont les mêmes équations qui décrivent le **degré de possibilité** et le **degré de nécessité** respectivement d'un événement flou. De même, ces équations sont celles de base du C-calcul dont le concept de C-ensemble n'est autre qu'un ensemble approché flou. Donc le concept d'ensemble approché a été introduit avant Pawlak mais sous des formes différentes.

## 4.10 Théorie des ensembles approchés/Théorie de l'évidence

Un lien très important entre les ensembles approchés et la théorie de l'évidence a été réalisé par Skowron [12] et Skowron et Grzymala-Busse [33]. Ils ont démontré que chaque problème modélisé par la théorie des ensembles approchés peut être modélisé aussi par la théorie de l'évidence et ils ont établi la relation de passage entre les deux théories.

**Définition 23** Soit un cadre de discernement  $\Theta$ , une connaissance  $R$  et un concept  $A$ , dont les approximations inférieure et supérieure sont  $\underline{RA}$  et  $\overline{RA}$  respectivement. On définit les fonctions de croyance et de plausibilité par:

$$\text{Bel}(A) = \frac{\text{card}(\underline{RA})}{\text{card}(\Theta)} = \underline{k}(A) \quad (4.31)$$

$$\text{Pl}(A) = \frac{\text{card}(\overline{RA})}{\text{card}(\Theta)} = \overline{k}(A) \quad (4.32)$$

**Définition 24** Les fonctions  $\underline{k}(A)$  et  $\overline{k}(A)$  sont appelées dans la théorie des ensembles approchés la **fonction inférieure de qualité** et la **fonction supérieure de qualité** respectivement.

Les équations (4.31) et (4.32) permettent de réaliser le passage dans un seul sens - de la théorie des ensembles approchés vers la théorie de l'évidence.

## 4.11 Conclusion

Les théories classiques permettant le raisonnement sous incertitude sont différentes les unes des autres : elles ne considèrent pas le même aspect d'imperfection. Les transformations décrites dans ce chapitre proposent un passage entre plusieurs théories dont les modèles mathématiques ne sont pas équivalents. Presque toutes ces transformations se réalisent avec une perte évidente d'information. Il est nécessaire de les utiliser avec précaution et seulement dans le cas où aucune autre solution n'est envisageable.

# Chapitre 5

## Les ensembles aléatoires : cadre unificateur pour la fusion de données imparfaites

### 5.1 Introduction

On vient de voir dans les chapitres précédents comment les différentes théories prennent en charge les problèmes de fusion de données et plus particulièrement comment elles sont appliquées à l'identification de cibles. Chacune des théories est mieux adaptée à étudier un cas particulier d'information imparfaite. Dans des problèmes complexes, les informations possèdent des imperfections variées, qu'une théorie classique seule ne peut pas traiter de manière optimale.

Les bases de la théorie des ensembles aléatoires ont été élaborées par Mathéron [34] et Kendall [35] au milieu des années 70 pour étudier la géométrie intégrale. Mais depuis déjà plusieurs années, des nombreux auteurs s'attachent à démontrer ses capacités unificatrices pour la fusion de données (Kreinovich [36], Mori [37], Goodman et al. [38], Quinio et Matsuyama [39]). Les théories classiques du raisonnement sous

incertitude sont considérées comme des cas particuliers de la théorie des ensembles aléatoires, celle-ci permettant une représentation naturelle de la plupart des types d'informations. Le cadre statistique utilisé par la théorie des ensembles aléatoires pour la représentation et la combinaison des informations peut en même temps être utilisé pour résoudre d'autres étapes dans le problème de fusion de données (Goodman et al. [38]):

1. la détection de cible ;
2. l'identification de cible ;
3. le pistage des cibles et la localisation ;
4. la représentation des informations *a priori* avec respect de la détection, de la classification et du pistage ;
5. la représentation des informations parfaites et imparfaites ;
6. la définition des règles de combinaison ;
7. la gestion des capteurs.

Dans ce chapitre, une brève présentation de cette théorie est faite. Les relations qui existent entre la théorie des ensembles aléatoires et les autres théories classiques sont dérivées. Une application au problème d'identification de cible est aussi étudiée.

## 5.2 Description de la théorie

La théorie des ensembles aléatoires peut être vue comme une généralisation de la théorie des variables aléatoires et des vecteurs aléatoires. Une fonction de distribution de probabilités est définie sur l'ensemble  $2^\Theta$  plutôt que sur l'ensemble  $\Theta$ , comme c'est le cas dans la théorie des probabilités. Dans la suite, l'étude est restreinte au cas particulier d'un cadre de discernement discret et fini.

**Définition 25** Soit  $\Theta$  le cadre de discernement discret et fini. Soit un espace probabiliste  $(\Omega, \mathcal{A}, \mathcal{P})$  et soit un espace mesurable  $(\mathbf{B}, \sigma(\mathbf{B}))$ , ou  $\mathbf{B} \subseteq 2^\Theta$  et  $\sigma(\mathbf{B})$  est un  $\sigma$  algèbre sur  $\mathbf{B}$ . Un *mapping*  $\mathcal{X} : \Omega \rightarrow \mathbf{B}$  qui est  $\mathcal{A}$ - $\sigma(\mathbf{B})$  mesurable est appelé un **ensemble aléatoire**.

Un ensemble aléatoire défini sur  $\Theta$  est donc caractérisé par une distribution de probabilité sur  $(\mathbf{B}, \sigma(\mathbf{B}))$ .

Par exemple, pour le cadre de discernement fini et discret  $\Theta$ , si  $\mathbf{B} = 2^\Theta$  et si  $\sigma(\mathbf{B})$  est l'ensemble des sous-ensembles de  $2^\Theta$  ( $2^{2^\Theta}$ ), n'importe quelle mesure de probabilité, définie par la fonction de distribution de probabilité  $f : 2^\Theta \rightarrow [0,1]$  avec  $f(A) = P[\mathcal{X} = A] \forall A \subseteq \Theta$  définit un ensemble aléatoire  $\mathcal{X}$  sur  $\Theta$ .

Cette distribution de probabilité caractérise entièrement l'ensemble aléatoire. De plus cette distribution de probabilité possède les mêmes propriétés que n'importe quelle distribution de probabilité définie pour une variable aléatoire :

$$P[\mathcal{X} = A] \in [0,1] \quad (5.1)$$

$$P[\emptyset] = 0 \quad (5.2)$$

$$\sum_{A \subseteq \Theta} P[\mathcal{X} = A] = 1 \quad (5.3)$$

Trois autres fonctions, **la capacité de réussite** (*hitting capacity*)  $T_{\mathcal{X}}(A)$ , **l'implication fonctionnelle** (*implying functional*)  $R_{\mathcal{X}}(A)$ , et **la capacité d'inclusion** (*inclusion capacity*)  $P_{\mathcal{X}}(A)$ , sont des fonctions très utiles qui, elles aussi, caractérisent entièrement l'ensemble aléatoire  $\mathcal{X}$  :

$$T_{\mathcal{X}}(A) = P[\mathcal{X} \cap A \neq \emptyset] \quad (5.4)$$

$$R_{\mathcal{X}}(A) = P[A \subseteq \mathcal{X}] \quad (5.5)$$

$$P_{\mathcal{X}}(A) = P[\mathcal{X} \subseteq A] \quad (5.6)$$

Dans une version simplifiée (type Dempster-Shafer), un ensemble aléatoire  $\mathcal{X}$  est représenté par un ensemble de couples :

$$\mathcal{X} = \{A_i, m_i\} \quad \forall i, 1 \leq i \leq 2^N \quad (5.7)$$

tel que  $A_i \subseteq \Theta$  et  $\sum_{i=1}^{2^N} m_i = \sum_{i=1}^{2^N} P[\mathcal{X} = A_i] = 1$ , où  $N = \text{card}(\Theta)$

## 5.3 Représentation des théories classiques dans la théorie des ensembles aléatoires

Dans cette section on montre comment les connaissances représentées dans les théories classiques peuvent être représentées par des ensembles aléatoires.

### 5.3.1 La théorie de l'évidence

On démontre (Quinio et Matsuyama [39]) que la fonction de plausibilité  $Pl$  définie sur un cadre de discernement fini, est exactement la capacité de réussite  $T_{\mathcal{X}}$ . De même, la fonction de croyance  $Bel$  correspond à la capacité d'inclusion  $P_{\mathcal{X}}$  et la fonction de vulgarisation  $Q$  correspond à l'implication fonctionnelle  $R_{\mathcal{X}}$ .

Soit deux ensembles aléatoires  $\mathcal{X}_1$  et  $\mathcal{X}_2$ . Supposons que l'événement  $\{\mathcal{X}_1 \cap \mathcal{X}_2 = \emptyset\}$  a une probabilité nulle (hypothèse d'un univers clos), on considère que l'événement  $\{\mathcal{X}_1 \cap \mathcal{X}_2 = A\}$  est remplacé par  $\{\mathcal{X}_1 \cap \mathcal{X}_2 = A \mid \mathcal{X}_1 \cap \mathcal{X}_2 \neq \emptyset\}$ , pour normaliser la fonction de probabilité résultante. La capacité de réussite de l'intersection de deux ensembles aléatoires est alors exprimée par :

$$\begin{aligned}
 T_{\mathcal{X}_1 \cap \mathcal{X}_2 \mid \mathcal{X}_1 \cap \mathcal{X}_2 \neq \emptyset}(D) &= P[(\mathcal{X}_1 \cap \mathcal{X}_2) \cap D \neq \emptyset \mid \mathcal{X}_1 \cap \mathcal{X}_2 \neq \emptyset] \\
 &= \frac{P[(\mathcal{X}_1 \cap \mathcal{X}_2) \cap D \neq \emptyset]}{P[\mathcal{X}_1 \cap \mathcal{X}_2 \neq \emptyset]} \\
 &= \frac{\sum_{A \cap D \neq \emptyset} P[\mathcal{X}_1 \cap \mathcal{X}_2 = A]}{P[\mathcal{X}_1 \cap \mathcal{X}_2 \neq \emptyset]} \\
 &= \frac{\sum_{A \cap D \neq \emptyset} \left( \sum_{B \cap C = A} P[\mathcal{X}_1 = B, \mathcal{X}_2 = C] \right)}{1 - \sum_{B \cap C = \emptyset} P[\mathcal{X}_1 = B, \mathcal{X}_2 = C]} \tag{5.8}
 \end{aligned}$$

La règle de combinaison de Dempster n'est qu'un cas particulier de l'intersection dans le cadre de la théorie des ensembles aléatoires, lorsque  $\mathcal{X}_1$  et  $\mathcal{X}_2$  sont statistiquement indépendants. L'équation (5.8) devient dans ce cas :

$$T_{\mathcal{X}_1 \oplus \mathcal{X}_2}(K) = \frac{\sum_{A \cap K \neq \emptyset} \left( \sum_{B \cap C = A} P[\mathcal{X}_1 = B] P[\mathcal{X}_2 = C] \right)}{1 - \sum_{B \cap C = \emptyset} P[\mathcal{X}_1 = B] P[\mathcal{X}_2 = C]} \quad (5.9)$$

qui est la règle de combinaison de Dempster de la théorie de l'évidence.

La théorie de l'évidence produit une représentation des informations identique à celle des ensembles aléatoires simplifiée (Nguyen [13], Nguyen et Wang [40]) donnée par l'équation (5.7). Ainsi, la transformation entre les deux théories est directe :

$$m_i = m(A_i) = P[\mathcal{X} = A_i] \quad \text{pour} \quad \forall A_i \subseteq \Theta$$

### 5.3.2 La théorie des probabilités

On a dit que les ensembles aléatoires représentent une généralisation des variables et des vecteurs aléatoires. En fait, dans la théorie des probabilités, les ensembles aléatoires sont réduits à des singletons (ensembles contenant un seul élément).

Une information représentée dans la théorie des probabilités par une distribution de probabilités  $P[\theta_i]$ , pour  $\forall \theta_i \in \Theta$ , est représentée par un ensemble aléatoire si on impose :

$$A_i = \theta_i, \quad \text{card}(A_i) = 1 \quad (5.10)$$

$$m_i = P[\theta_i] \quad (5.11)$$

### 5.3.3 La théorie des possibilités

Soit une information représentée dans la théorie des possibilités par une distribution de possibilités discrètes  $\pi(\theta_i) \in [0,1]$ ,  $\forall \theta_i \in \Theta$ . Soient  $0 < \alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3 < \dots < \alpha_M = 1$  les valeurs distinctes que prend la fonction de distribution dans l'intervalle  $[0,1]$  ( $M \leq N = \text{card}(\Theta)$ ). On rappelle qu'une distribution de possibilités est

définie de telle manière qu'au moins une réalisation possède une possibilité unitaire ( $\exists \theta_k \in \Theta | \pi(\theta_k) = 1$ ). Le nombre de réalisations connues de l'ensemble aléatoire  $\mathcal{X}$  est aussi égal à  $M$ . Ceci étant dit, on peut poser les équations qui pourront permettre d'effectuer une transformation directe (sans aucune approximation) d'une information exprimée par la théorie des possibilités vers une information exprimée en termes d'ensembles aléatoires (Dubois et Prade [41]) :

$$A_i = \{\theta_j | \pi(\theta_j) \geq \alpha_i\} \quad \forall i, 1 \leq i \leq M \quad (5.12)$$

$$m_i = \begin{cases} \alpha_i - \alpha_{i-1} & \forall i, 2 \leq i \leq M \\ \alpha_1 & i = 1 \end{cases} \quad (5.13)$$

Si le problème est trop complexe et le nombre  $M$  d'ensembles est trop important, on peut le réduire en le fixant selon la puissance de calcul dont on dispose, et on peut aussi choisir les valeurs  $\alpha_i$ . Avec les nouvelles valeurs des  $\alpha_i$ , l'équation (5.12) reste valide pour le calcul des ensembles  $A_i$ ; pour les valeurs  $m_i$  correspondantes, il faut remplacer l'équation (5.13) par celle-ci :

$$m_i = \begin{cases} a_i - a_{i-1} & \forall i, 2 \leq i \leq M \\ a_1 & i = 1 \end{cases} \quad (5.14)$$

où

$$\begin{cases} a_M = 1 \\ a_i = \max\{\mu(\theta_j) | \theta_j \in \Theta \setminus A_i\} \quad \forall i, 1 \leq i \leq M - 1 \end{cases} \quad (5.15)$$

Quand aucune approximation n'est faite  $a_i = \alpha_i \quad \forall i$ .

Au cas où les valeurs choisies de  $\alpha_i$  sont telles qu'il existe un niveau  $k$  pour lequel il n'y a aucun  $\theta_i \in \Theta$  avec  $\pi(\theta_i) \in [\alpha_{k-1}, \alpha_k]$ , alors on élimine la valeur  $\alpha_k$  de l'ensemble  $\{\alpha_i\}$  et on applique les équations (5.12) et (5.14) à l'ensemble  $\{\alpha_i\}$  réduit.

### 5.3.4 La théorie des sous-ensembles flous

Soient  $0 < \alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3 < \dots < \alpha_M \leq 1$  les valeurs distinctes que prend la fonction d'appartenance  $\mu_{\underline{A}(\theta)}$  dans l'intervalle  $[0,1]$  ( $M \leq \text{card}(\Theta)$ ). La transformation

d'une information exprimée dans la théorie des sous-ensembles flous vers une information en termes d'ensembles aléatoires (Goodman [15], Orlov [14]) est équivalente à celle des distributions des possibilités avec la seule différence que l'ensemble de valeurs  $\{m_i\}$  doit être normalisé (par rapport à  $\alpha_M$  qui peut être différent de l'unité). Ceci est dû au fait que la fonction d'appartenance exprimée dans la théorie des sous-ensembles flous n'est pas nécessairement normalisée, à l'inverse de la distribution de possibilités. Donc :

$$A_i = \{\theta_j | \mu(\theta_j) \geq \alpha_i\} \quad \forall i, 1 \leq i \leq M \quad (5.16)$$

$$m_i = \begin{cases} \frac{\alpha_i - \alpha_{i-1}}{\alpha_M} & \forall i, 2 \leq i \leq M \\ \frac{\alpha_1}{\alpha_M} & i = 1 \end{cases} \quad (5.17)$$

De la même manière que dans la section précédente si on veut imposer un ensemble  $\{\alpha_i\}$  de valeurs ordonnées dans l'intervalle  $[0,1]$ , on utilisera l'équation (5.16) pour déterminer les ensembles  $A_i$ ; quant aux  $m_i$ , l'équation (5.17) est remplacée par :

$$m_i = \begin{cases} \frac{a_i - a_{i-1}}{a_M} & \forall i, 2 \leq i \leq M \\ \frac{a_1}{a_M} & i = 1 \end{cases} \quad (5.18)$$

où

$$\begin{cases} a_M = \max\{\mu(\theta_j) | \theta_j \in \Theta\} \\ a_i = \max\{\mu(\theta_j) | \theta_j \in \Theta \setminus A_i\} \quad \forall i, 1 \leq i \leq M - 1 \end{cases} \quad (5.19)$$

Quand aucune approximation n'est faite  $a_i = \alpha_i \quad \forall i$ .

### 5.3.5 La théorie des ensembles approchés

Jusqu'à présent, le seul rapprochement qui a été fait entre la théorie des ensembles approchés et la théorie des ensembles aléatoires est dû à la théorie de l'évidence. Un lien plus rigoureux entre ces deux théories représente une piste à explorer dans les années futures.

La table 5.1 récapitule les transformations des théories classiques vers la théorie des ensembles aléatoires.

Théorie classique	Représentation des informations	Transformation vers les ensembles aléatoires
Théorie des probabilités	$P[\theta_i] \in [0,1] \quad \forall \theta_i \in \Theta$ $\sum_{\theta_i \in \Theta} P[\theta_i] = 1$	$A_i = \theta_i \quad \text{card}(A_i) = 1$ $m_i = P[\theta_i]$
Théorie de l'évidence	$m(A_i) \in [0,1] \quad \forall A_i \subseteq \Theta$ $\sum_{A_i \subseteq \Theta} m(A_i) = 1$	$A_i = A_i$ $m_i = m(A_i)$
Théorie des possibilités	$\pi(\theta_i) \in [0,1] \quad \forall \theta_i \in \Theta$ $\exists \theta_k \in \Theta$ tel que $\pi(\theta_k) = 1$	$A_i = \{\theta_j   \pi(\theta_j) \geq \alpha_i\} \quad \forall i, 1 \leq i \leq M$ Transformation directe: $m_i = \begin{cases} \alpha_i - \alpha_{i-1} & \forall i, 2 \leq i \leq M \\ \alpha_1 & i = 1 \end{cases}$ Transformation approximée avec un ensemble $\{\alpha_i\}$ fixé: $m_i = \begin{cases} a_i - a_{i-1} & \forall i, 2 \leq i \leq M \\ a_1 & i = 1 \end{cases}$ avec $\begin{cases} a_M = 1 \\ a_i = \max\{\mu(\theta_j)   \theta_j \in \Theta \setminus A_i\} \end{cases}$
Théorie des sous-ensembles flous	$\mu(\theta_i) \in [0,1] \quad \forall \theta_i \in \Theta$	$A_i = \{\theta_j   \mu(\theta_j) \geq \alpha_i\} \quad \forall i, 1 \leq i \leq M$ Transformation directe: $m_i = \begin{cases} \frac{\alpha_i - \alpha_{i-1}}{\alpha_M} & \forall i, 2 \leq i \leq M \\ \frac{\alpha_1}{\alpha_M} & i = 1 \end{cases}$ Transformation approximée avec un ensemble $\{\alpha_i\}$ fixé: $m_i = \begin{cases} \frac{a_i - a_{i-1}}{a_M} & \forall i, 2 \leq i \leq M \\ \frac{a_1}{a_M} & i = 1 \end{cases}$ avec $\begin{cases} a_M = \max\{\mu(\theta_j)   \theta_j \in \Theta\} \\ a_i = \max\{\mu(\theta_j)   \theta_j \in \Theta \setminus A_i\} \end{cases}$

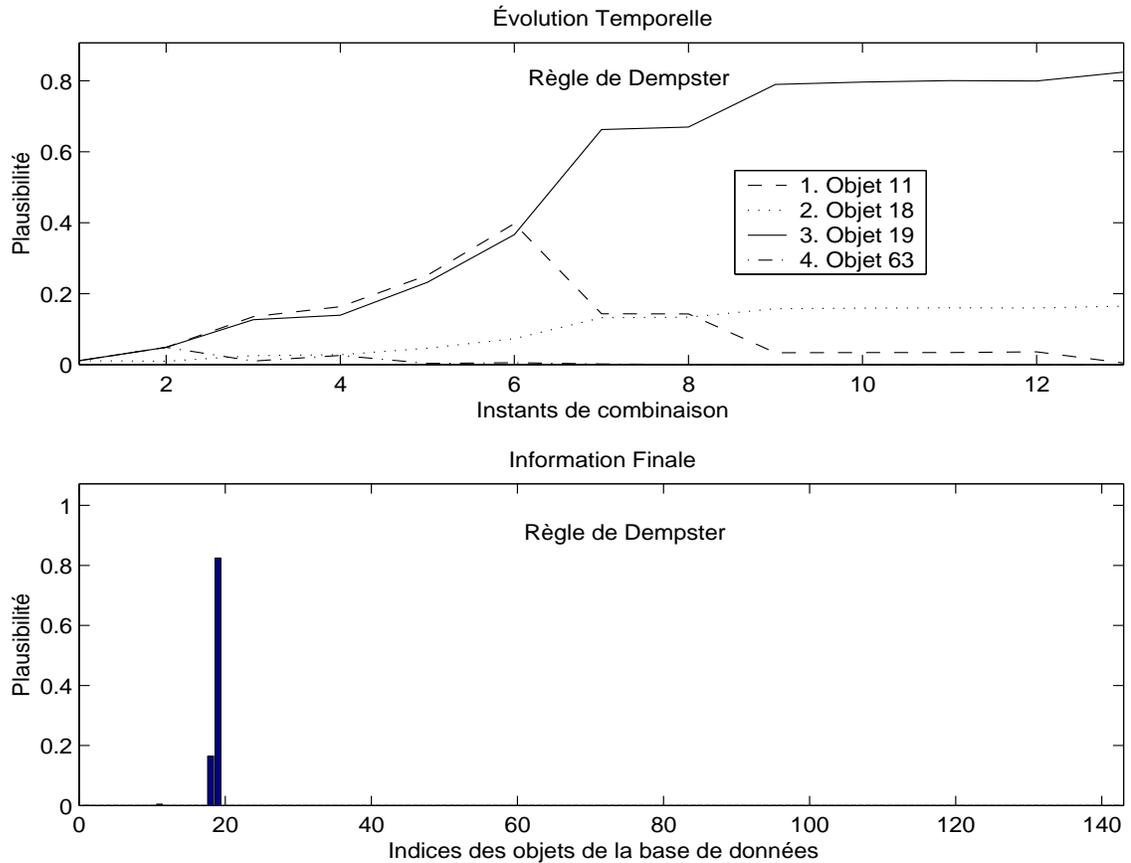
**Tab. 5.1** – Représentation des informations en provenance des théories classiques en termes d'ensembles aléatoires

Instant	Information	Théorie	Modélisation en termes d'ensembles aléatoires
1	Type cible = bateau	des probabilités	$m_i = 0.011111 \quad A_i = \theta_i \quad \forall i \in \{1,2,3,\dots,70,71,73\}$ $m_i = 0.002857 \quad A_i = \theta_i \quad \forall i \in \{72,74,75,\dots,141,142\}$
2	Émetteur 44 présent	de l'évidence	$m_1 = 0.800000 \quad A_1 = \{\theta_{11}, \theta_{19}, \theta_{63}\}$ $m_2 = 0.200000 \quad A_2 = \Theta$
3	Longueur petite	des sous-ensembles flous	Transformation directe de $\mu_{\text{longueur petite}}$ (figure B.1)
4	SER <sub>côté moyenne</sub>	des sous-ensembles flous	Transformation directe de $\mu_{\text{SER-côté moyenne}}$ (figure B.5)
5	Émetteur 77 présent	de l'évidence	$m_1 = 0.800000 \quad A_1 = \{\theta_{29}, \theta_{33}, \theta_{35}, \theta_{36}\}$ $m_2 = 0.200000 \quad A_2 = \Theta$
6	Hauteur petite	des sous-ensembles flous	Transformation directe de $\mu_{\text{hauteur petite}}$ (figure B.3)
7	Émetteur 47 présent	de l'évidence	$m_1 = 0.800000 \quad A_1 = \{\theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{31}, \theta_{34}, \theta_{35}, \theta_{46}, \theta_{47}, \theta_{63}\}$ $m_2 = 0.200000 \quad A_2 = \Theta$
8	Émetteur 55 présent	de l'évidence	$m_1 = 0.800000 \quad A_1 = \{\theta_{18}, \theta_{19}\}$ $m_2 = 0.200000 \quad A_2 = \Theta$
9	Largeur petite	des sous-ensembles flous	Transformation directe de $\mu_{\text{largeur petite}}$ (figure B.2)
10	Émetteur 56 présent	de l'évidence	$m_1 = 0.800000 \quad A_1 = \{\theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{34}\}$ $m_2 = 0.200000 \quad A_2 = \Theta$
11	Émetteur 103 présent	de l'évidence	$m_1 = 0.800000 \quad A_1 = \{\theta_{11}, \theta_{18}, \dots, \theta_{24}, \theta_{30}, \theta_{31}, \theta_{34}, \theta_{35}, \theta_{36}, \theta_{45}, \dots, \theta_{49}, \theta_{63}, \theta_{67}, \theta_{69}\}$ $m_2 = 0.200000 \quad A_2 = \Theta$
12	Émetteur 109 présent	de l'évidence	$m_1 = 0.800000 \quad A_1 = \{\theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{63}\}$ $m_2 = 0.200000 \quad A_2 = \Theta$
13	SER <sub>dessus petite</sub>	des sous-ensembles flous	Transformation directe de $\mu_{\text{SER-dessus petite}}$ (figure B.6)
14	SER <sub>face très petite</sub>	des sous-ensembles flous	Transformation directe de $\mu_{\text{SER-face très petite}}$ (figure B.8)

**Tab. 5.2** – Modélisation dans la théorie des ensembles aléatoires des informations utilisées dans les scénarios tests

## 5.4 Étude des scénarios

Dans la table 5.2, on reprend les scénarios tests et on présente les modélisations des différentes informations dans la théorie des ensembles aléatoires. Dans la colonne “Théorie” on indique quelle est la théorie la plus adaptée pour modéliser l’information. Le choix de la théorie est fait en fonction du type d’information à modéliser. Les



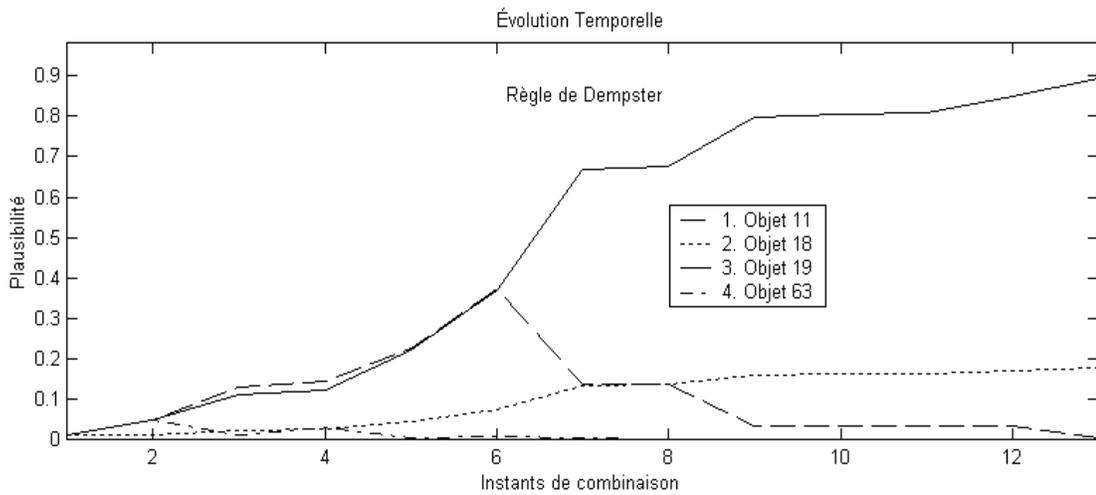
**Fig. 5.1** – *Théorie des ensembles aléatoires - Scénario test 1 - transformation sans approximation*

informations en provenance de la théorie des sous-ensembles flous et de la théorie des possibilités ne peuvent pas être reproduites dans ce document car leurs modélisations sont trop complexes. Elles sont obtenues par une transformation directe, ou par une transformation approximée à partir de leurs modélisations initiales.

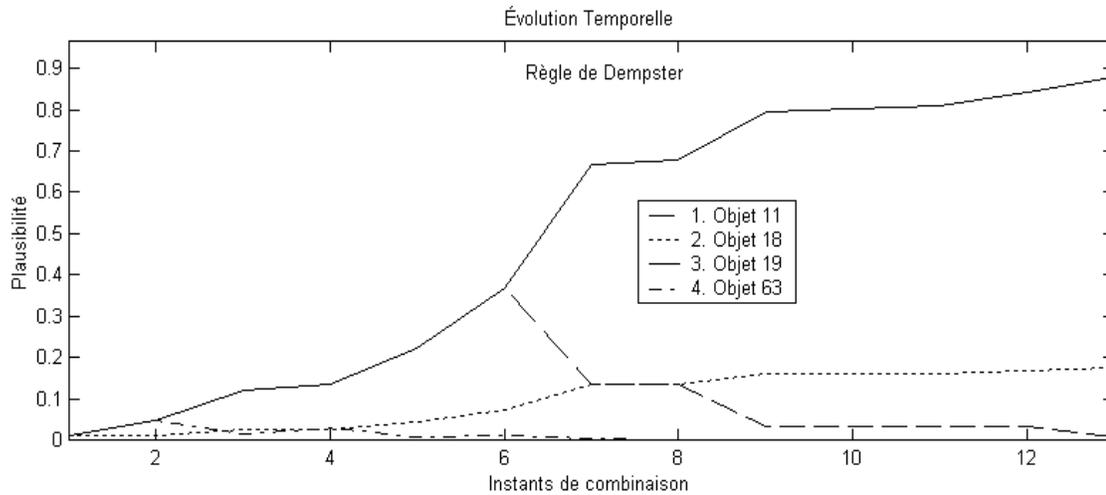
Les figures 5.1, 5.2 et 5.3 présentent les résultats du processus de fusion de données

en utilisant premièrement une transformation directe des informations en provenance de la théorie des sous-ensembles flous et, deuxièmement, deux transformations approximées (10 et 5  $\alpha$ -coupes respectivement) :

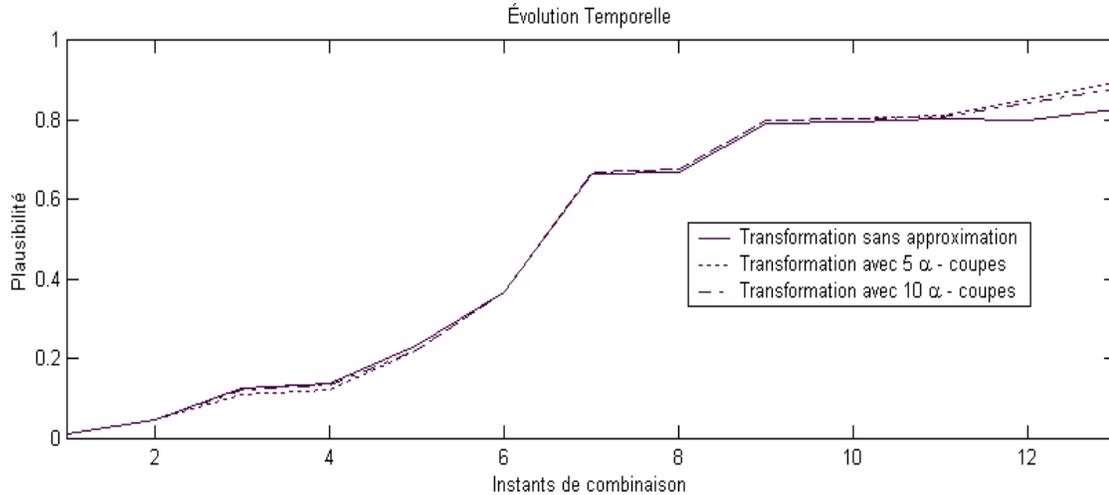
1.  $\alpha_1 = 0.1$      $\alpha_2 = 0.2$      $\alpha_3 = 0.3$      $\alpha_4 = 0.4$      $\alpha_5 = 0.5$   
 $\alpha_6 = 0.6$      $\alpha_7 = 0.7$      $\alpha_8 = 0.8$      $\alpha_9 = 0.9$      $\alpha_{10} = 1$
2.  $\alpha_1 = 0.1$      $\alpha_2 = 0.4$      $\alpha_3 = 0.6$      $\alpha_4 = 0.8$      $\alpha_5 = 1$



**Fig. 5.2** – *Théorie des ensembles aléatoires - Scénario test 1 - transformation avec approximation : 10  $\alpha$ -coupes*



**Fig. 5.3** – *Théorie des ensembles aléatoires - Scénario test 1 - transformation avec approximation : 5  $\alpha$ -coupes*



**Fig. 5.4** – *Théorie des ensembles aléatoires - Scénario test 1 - Comparaison des résultats pour l'objet n° 19*

Les différences entre les trois réponses sont très faibles (figure 5.4), mais il faut tenir compte que pour d'autres scénarios les différences peuvent être plus prononcées. Il semble évident qu'utiliser la transformation sans approximation fournit des résultats plus proches de la réalité; par contre le temps de calcul est très long et peut nuire à une prise de décision rapide.

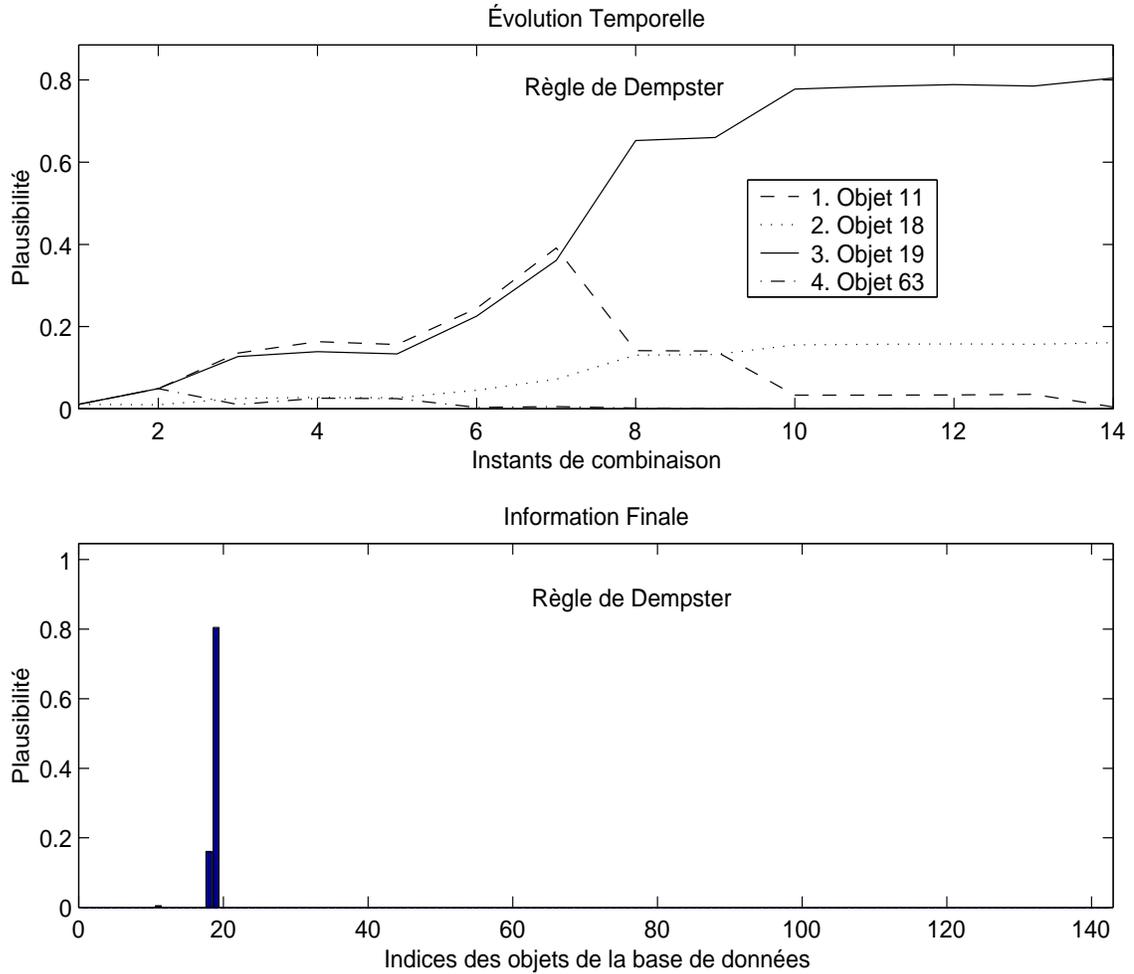
Le résultat obtenu avec une transformation approximée par 10  $\alpha$ -coupes est plus près de la réalité (du résultat obtenu avec une transformation sans approximation).

La table 5.3 fait la comparaison du temps de calcul nécessaire pour la fusion d'informations du scénario test 1, lorsqu'on utilise une transformation sans approximation et avec approximation (10  $\alpha$ -coupes ou 5  $\alpha$ -coupes).

Type de transformation	Nombre de flops	Diminution (en %)
Sans approximation	575 678 261	100 %
Avec approximation : 10 $\alpha$ -coupes	15 776 204	2.75 %
Avec approximation : 5 $\alpha$ -coupes	5 824 933	1 %

**Tab. 5.3** – *Comparaison du temps de calcul (exprimé en flops)*

Dans le cas du deuxième scénario (celui où on rajoute une contre-mesure dans



**Fig. 5.5** – *Théorie des ensembles aléatoires - Scénario test 2 - transformation sans approximation*

le processus de fusion), les résultats restent pratiquement inchangés (figure 5.5). La confiance accordée à l'objet n° 19 diminue très peu et une identification juste peut être faite.

## 5.5 Conclusion

La théorie des ensembles aléatoires permet de représenter les différents types d'informations imparfaites pour lesquels les autres théories sont moins adaptées. Cette théorie est très proche de la théorie de l'évidence et, dans le cas de la représentation et la combinaison des informations, elle peut être réduite à la théorie de l'évidence de

Dempster-Shafer. Par contre, dans le cas général, la théorie des ensembles aléatoires est utilisée dans plusieurs domaines du processus de fusion (par exemple : la détection des cibles, la localisation, la gestion des capteurs, etc.), ce qui fait d'elle une candidate pour l'unification non seulement des théories qui traitent les informations imparfaites, mais aussi des statistiques des ensembles finis, lesquelles traitent le problème d'identification de cible incluant le pistage et l'association (Goodman et al. [38]).

# Conclusion

On a vu dans ce travail que les informations imparfaites peuvent être représentées par des modèles mathématiques dans plusieurs théories permettant le raisonnement sous incertitude. Chacune des théories classiques (la théorie des probabilités, la théorie de l'évidence, la théorie des sous-ensembles flous, la théorie des possibilités et la théorie des ensembles approchés) permet une modélisation de tous les types d'informations imparfaites - incertaines, imprécises, incomplètes, vagues - en provenance des sources humaines (opinions d'experts) ou obtenues à l'aide d'appareils de mesures (radars, ESM, SAR, images IR, IFF, etc.). Cependant, chacune des théories classiques est adaptée pour représenter de façon naturelle un seul type d'information imparfaite. La théorie des probabilités est adaptée à représenter l'incertitude, sans qu'elle puisse modéliser l'imprécision de façon convenable. Dans la théorie de l'évidence on représente de manière naturelle les informations à la fois imprécises et incertaines. Les informations vagues sont modélisées dans la théorie des sous-ensembles flous. La théorie des possibilités permet de modéliser les informations incomplètes. Les informations imprécises sont modélisées dans la théorie des ensembles approchés. Chacune de ces théories possède un appareil mathématique permettant une modélisation de l'ignorance, plusieurs méthodes de combinaison, un ou plusieurs critères de prise de décision. Les méthodes de combinaison se divisent en deux classes : conjonctives et disjonctives. Les méthodes conjonctives permettent d'obtenir des bons résultats quand les informations à fusionner ne sont pas en conflit, car elles permettent d'identifier les singletons représentatifs. En utilisant le scénario test 2, on a remarqué que les méthodes conjonctives de la théorie des probabilités et de la théorie de l'évidence

arrivent à éliminer la contre-mesure introduite parmi les informations à fusionner. Cependant dans le cas de la théorie des sous-ensembles flous, de la théorie des possibilités et de la théorie des ensembles approchés les méthodes de combinaison conjonctives n'ont pas été en mesure d'éliminer la contre-mesure. Les méthodes de combinaison disjonctives sont utilisées habituellement quand les informations à fusionner sont contradictoires. Les scénarios test utilisés ne possèdent pratiquement que des informations cohérentes, et les méthodes disjonctives produisent une proposition finale formée d'un très grand nombre de singletons représentatifs, sans permettre une prise de décision. Elles sont déconseillées dans les problèmes d'identification de cibles. Dans la théorie des sous-ensembles flous et dans la théorie des possibilités, une méthode de combinaison adaptative a été proposée pour agir comme une combinaison conjonctive quand les informations sont cohérentes et comme combinaison disjonctive quand les informations sont en conflit. Le scénario test 2 a démontré que cette combinaison conjonctive permet d'éliminer la contre-mesure introduite parmi les informations à fusionner. Cependant, elle élimine aussi la différence qui existe entre les singletons représentatifs.

Dans les problèmes de fusion de données et particulièrement dans ceux d'identification de cibles, on fait toujours face à une diversité de capteurs. Parfois on ne dispose pas des informations à l'état brut pour les modéliser dans la théorie qui convient le mieux. On est amené à réaliser des transformations entre les modèles mathématiques des différentes théories pour fusionner les informations. Certaines transformations ne sont pas bijectives. Les modélisations de plusieurs informations peuvent être différentes dans une théorie, mais équivalentes dans une autre. Ainsi, aucune transformation bijective ne peut être trouvée entre différentes théories et toute transformation entre ces théories entraîne une perte d'information (les transformations de la théorie de l'évidence vers la théorie des probabilités, les transformations entre la théorie des possibilités et la théorie des probabilités, la transformation de la théorie des ensembles approchés vers la théorie de l'évidence, etc.). Cependant, aucune mesure d'information n'a été utilisée pour quantifier la perte d'information introduite par ces transformations. Une telle étude pourrait être intégrée dans des

travaux futurs.

Le travail réalisé dans ce mémoire démontre la nécessité d’avoir un cadre unificateur dans l’étude du raisonnement sous incertitude et en même temps démontre l’applicabilité du cadre unificateur de la théorie des ensembles aléatoires pour traiter les informations imparfaites en vue d’une identification. Les informations imparfaites, qu’elles soient imprécises, incertaines, vagues, incomplètes ou inconsistantes, peuvent être exprimées dans la théorie des ensembles aléatoires, laquelle semble la plus appropriée pour modéliser toutes ces catégories en même temps. De plus, la théorie des ensembles aléatoires est utilisée non seulement dans la modélisation et dans la combinaison des informations imparfaites, mais aussi dans d’autres étapes du processus de fusion de données : la gestion des capteurs, la détection, le pistage, etc. Toutes ces considérations font de cette théorie la candidate “idéale” pour les problèmes de fusion de données, particulièrement ceux d’identification de cibles multiples.

Le dernier chapitre de ce mémoire explique la théorie des ensembles aléatoires et les différentes transformations entre les modèles mathématiques des théories classiques et celui des ensembles aléatoires. La théorie des ensembles aléatoires dispose d’un appareil mathématique plus complexe qui représente une généralisation des autres théories classiques permettant le raisonnement sous incertitude.

Le but de ce travail est surtout pédagogique car il démontre à travers des exemples comment les différentes théories permettant le raisonnement sous incertitude sont appliquées au problème d’identification de cible. Cependant, les exemples utilisés et les scénarios tests construits ne sont que des applications très simples qui servent à la compréhension des mathématiques utilisées dans la fusion de données. Cette étude peut avoir un intérêt scientifique beaucoup plus important si on teste des situations réelles (scénarios tests plus élaborés).

La poursuite de l’étude serait d’inclure la définition d’une ou plusieurs mesure(s) pour caractériser la qualité des informations imparfaites fournies par les différents capteurs, la redondance des informations et l’inconsistance des nouvelles informations insérées dans le processus de fusion par rapport aux informations déjà présentes.

Des mesures de performances peuvent aussi être établies pour étudier la qualité des résultats obtenus à l'aide de la théorie des ensembles aléatoires par rapport aux autres théories classiques.

# Annexe A

## Notations utilisés

Symbole	Signification
$\Theta$	Le <b>cadre de discernement</b> (l'ensemble des cibles connues présentes dans la base de données). Il est aussi connu sous le nom d' <b>univers</b> ou d' <b>espace d'échantillonnage</b> .
$N$	Le nombre d'objets présents dans la base de données
$2^\Theta$	L' <b>ensemble puissance</b> de $\Theta$ (l'ensemble de tous les sous-ensembles de $\Theta$ )
$\theta_i \quad \forall i, 1 \leq i \leq N$	Le $i$ -ième objet de la base de données
$A_i \quad \forall i, 1 \leq i \leq 2^N$	Un sous-ensemble de l'ensemble $\Theta$
$\Theta_0$	L'ensemble des sources d'informations
$S_k \quad \forall k, 1 \leq k \leq K$	Une source d'informations
$X$	Variable aléatoire
$\mathcal{X}$	Ensemble aléatoire
$X = \theta_i$ ou $X \in A$	L'événement $\theta_i$ ou $A$ respectivement ( $\theta_i$ représente la réalisation de la variable aléatoire)

**Tab. A.1** – *Notations utilisées dans le problème d'identification de cibles*

## Annexe B

### La représentation des informations vagues par des sous-ensembles flous

## B.1 Le changement du domaine d'étude

Soit  $\Theta$  l'ensemble d'objets de la base de données :

$$\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N\}$$

Chaque objet  $\theta_i$  de la base de données est caractérisé par un ensemble de paramètres :

$$\theta_i = [x_1^i, x_2^i, \dots, x_P^i]$$

où  $x_j^i$  est le paramètre n°  $j$  de l'objet n°  $i$  (voir la liste complète des paramètres dans la section 1.4).

Le paramètre  $x_j$  possède un domaine de définition  $\mathcal{D}_j$  qui peut être discret ou continu, ordonné ou non ordonné ( $x_j \in \mathcal{D}_j$ ).

On définit un sous-ensemble flou  $\underline{A}_k \subseteq \mathcal{D}_j$  par la fonction d'appartenance  $\mu_{\underline{A}_k}(x)$ .  $\underline{A}_k$  peut correspondre par exemple à la classe *longueur petite* et le paramètre  $x$  correspond alors aux valeurs du domaine  $\mathcal{D}_j$  que la longueur d'un objet peut prendre (0 - 500 mètres).

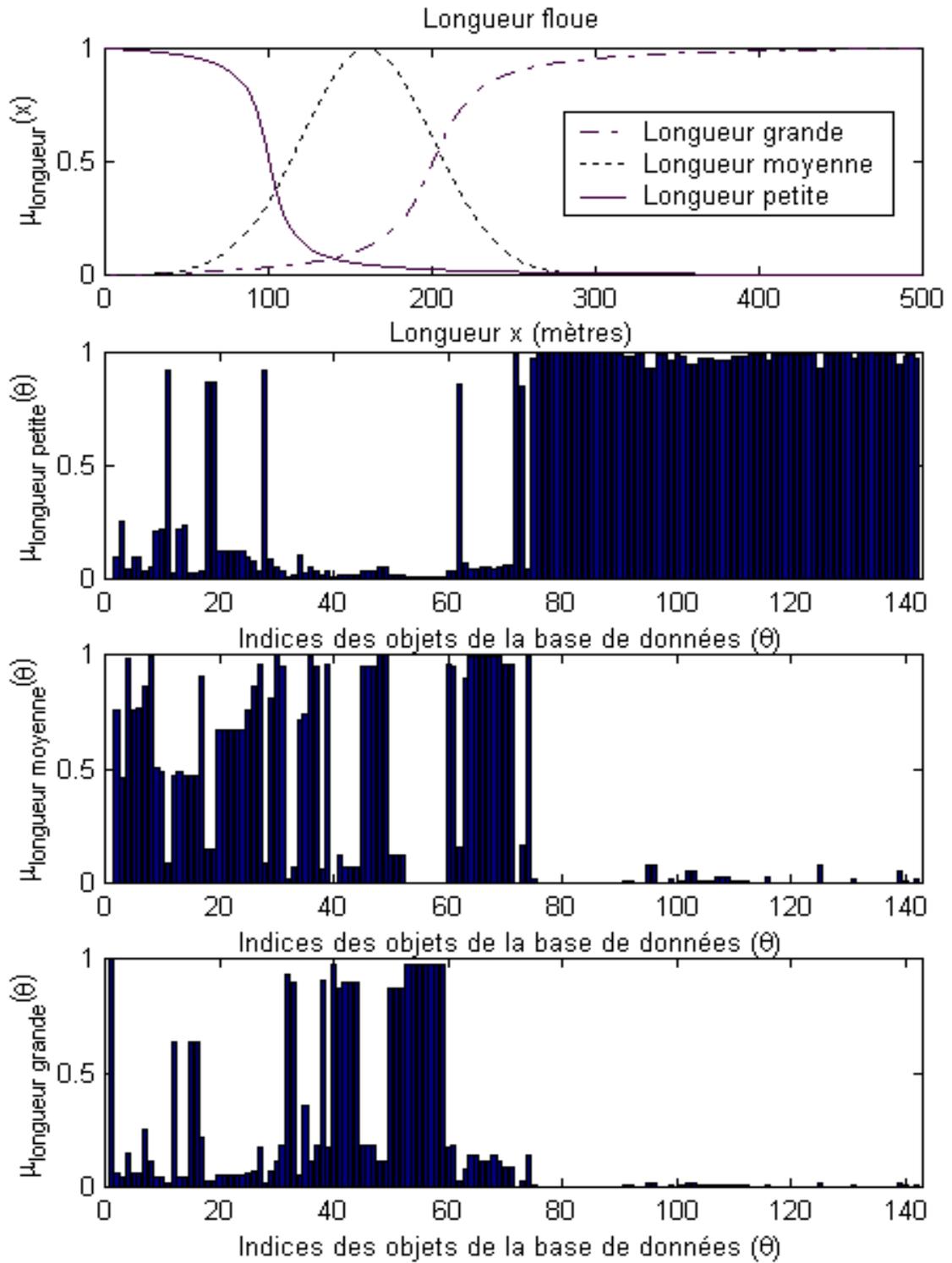
On cherche maintenant un sous-ensemble flou  $\underline{B}_k \subseteq \Theta$  défini par une fonction d'appartenance  $\mu_{\underline{B}_k}(\theta_i)$  qui doit être équivalent au sous-ensemble flou  $\underline{A}_k$ . Évidemment le nouveau sous-ensemble flou sera défini sur un domaine discret. Et sa fonction d'appartenance  $\mu_{\underline{B}_k}(\theta_i)$  est définie en rapport avec  $\mu_{\underline{A}_k}(x)$  par :

$$\mu_{\underline{B}_k}(\theta_i) = \mu_{\underline{A}_k}(x_j^i) \tag{B.1}$$

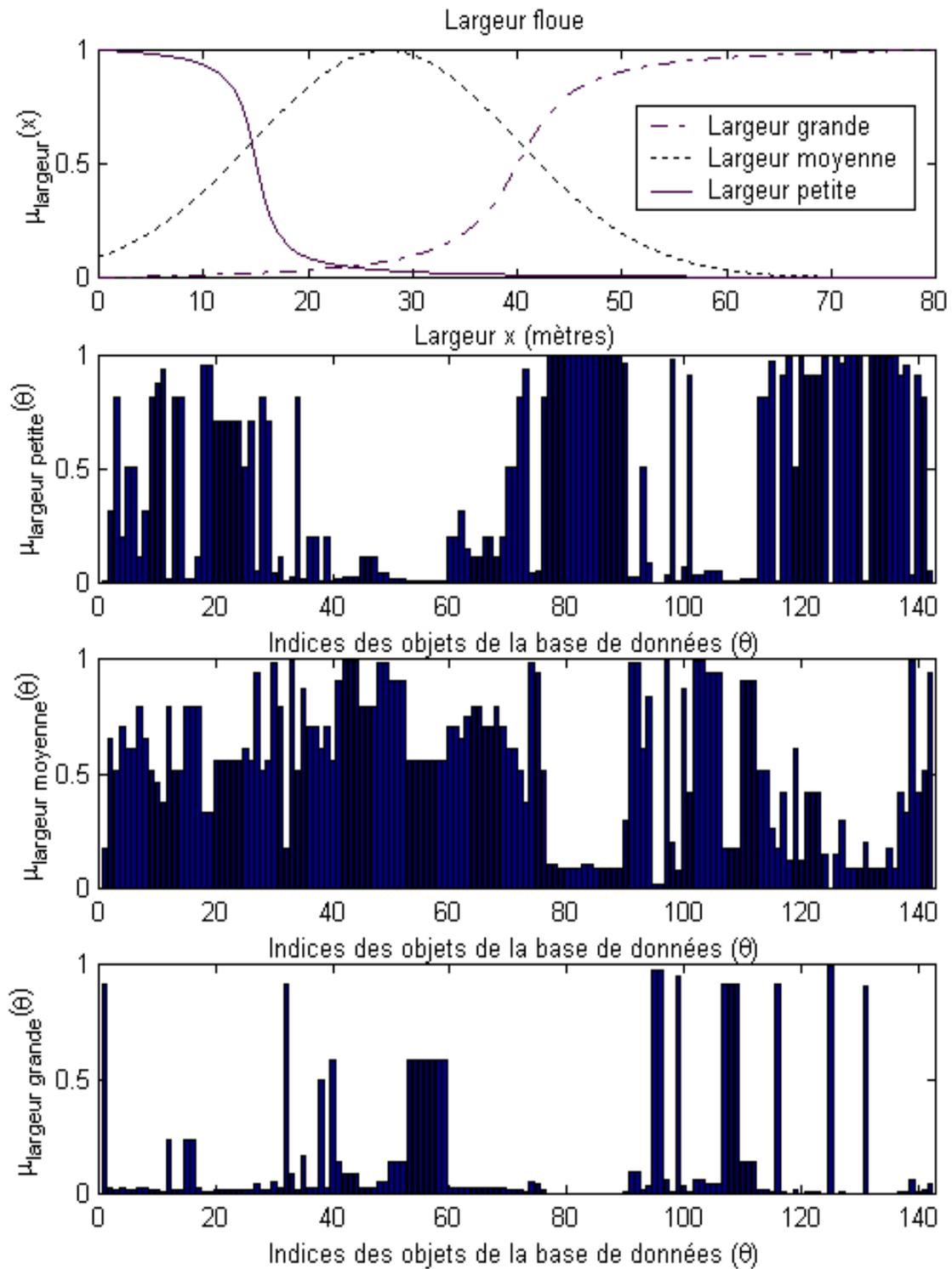
## B.2 La représentation des informations vagues par des sous-ensembles flous - modélisation des informations en classes

Les figures suivantes représentent les partition en classes des paramètres définissant les objets de la base de données :

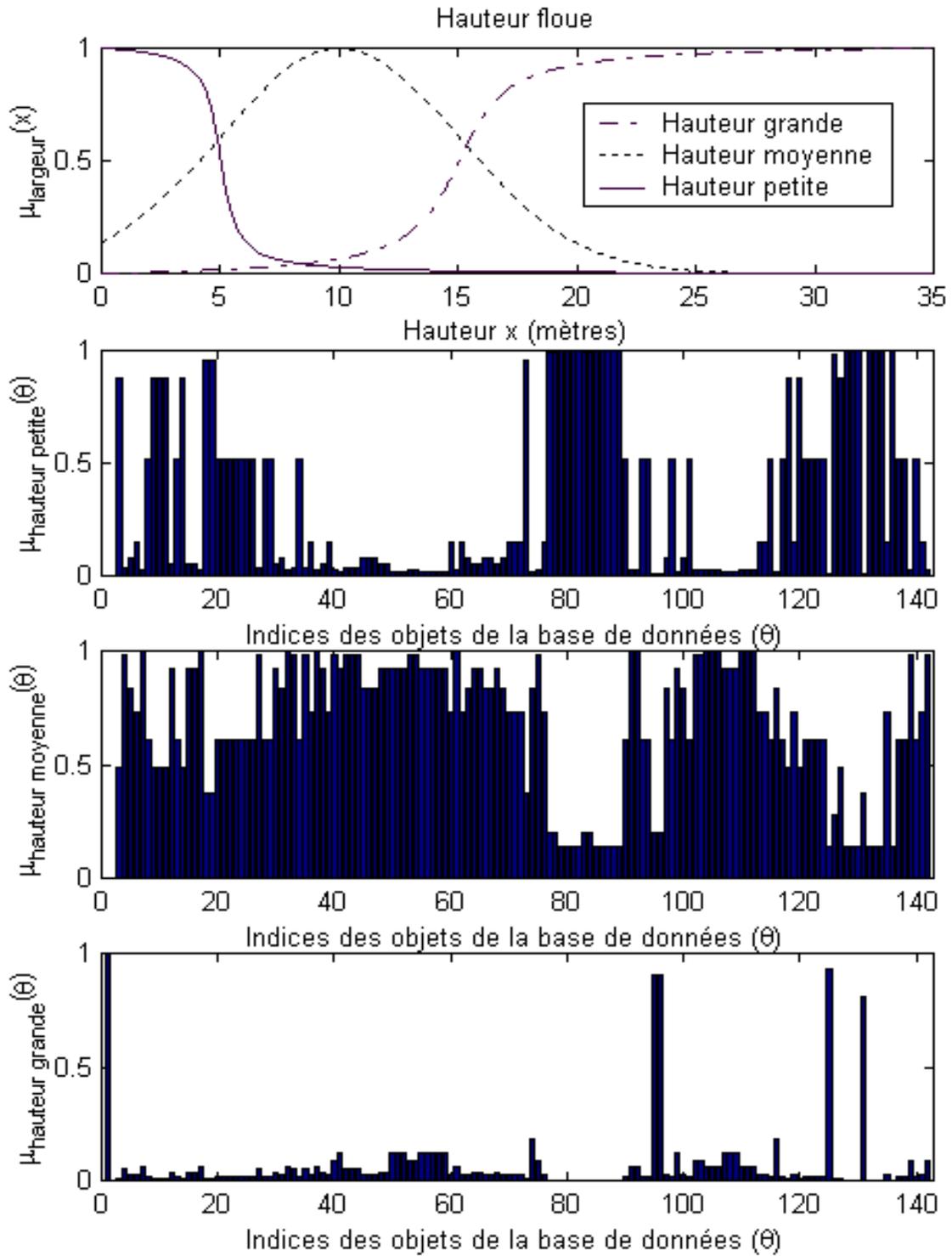
1. longueur (figure B.1);
2. largeur (figure B.2);
3. hauteur (figure B.3);
4. section efficace radar de côté (figures B.4 et B.5);
5. section efficace radar de dessus (figures B.6 et B.7);
6. section efficace radar de face (figures B.8 et B.9).



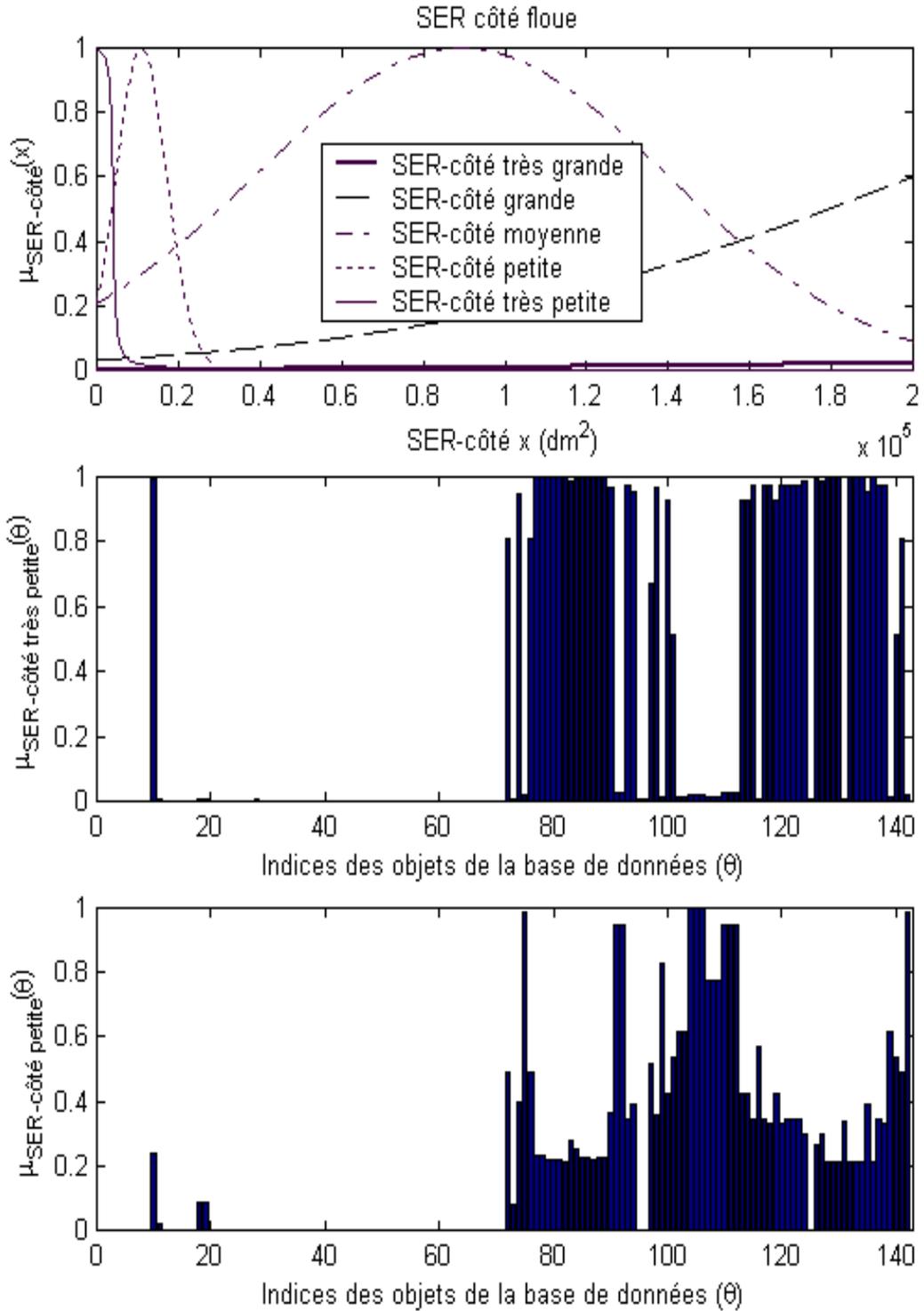
**Fig. B.1** – *Longueur floue - classe petite / moyenne / grande. Caractérisation de la base de données par les classes longueur petite, longueur moyenne et longueur grande*



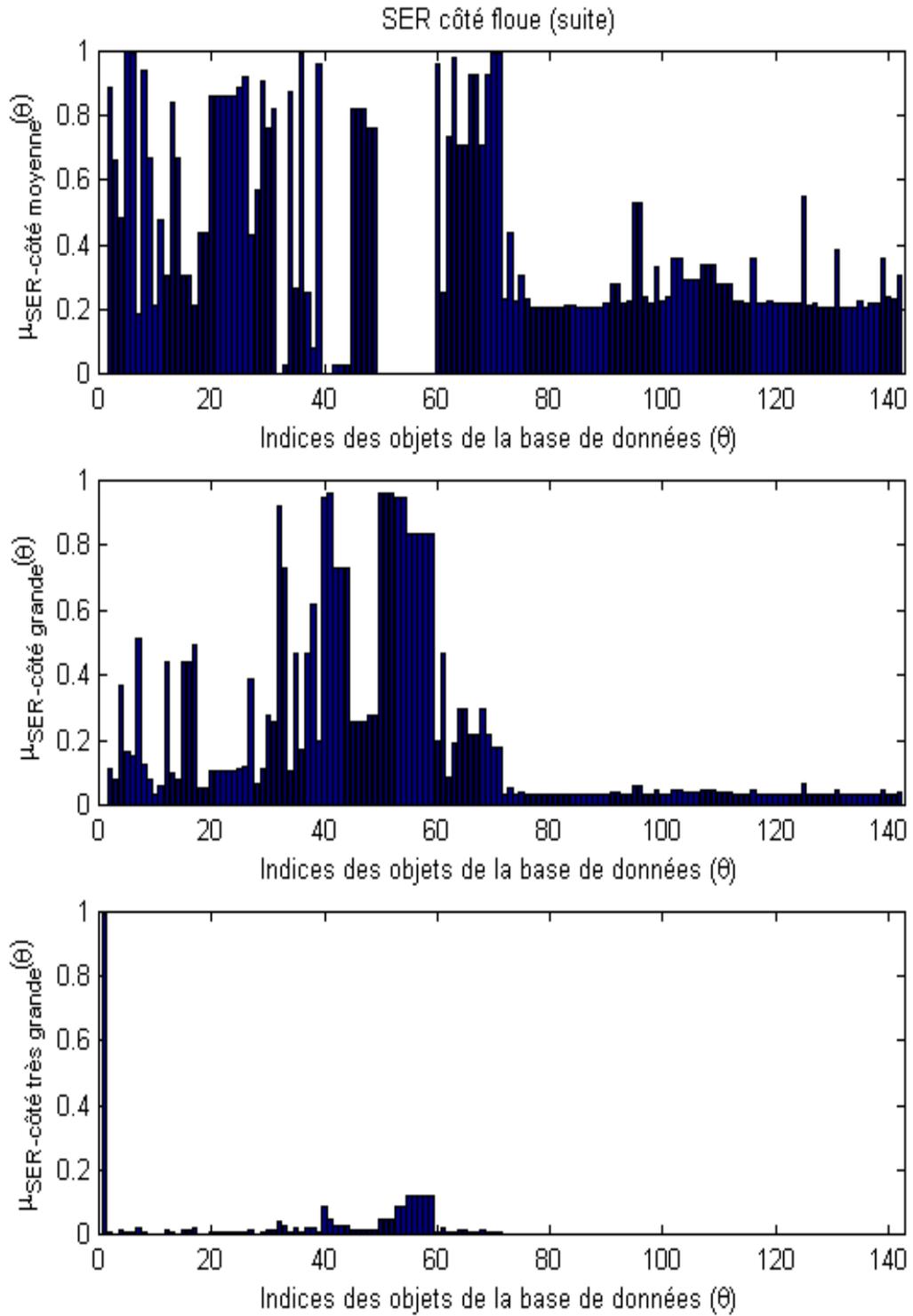
**Fig. B.2** – *Largeur floue - classe petite / moyenne / grande. Caractérisation de la base de données par les classes largeur petite, largeur moyenne et largeur grande*



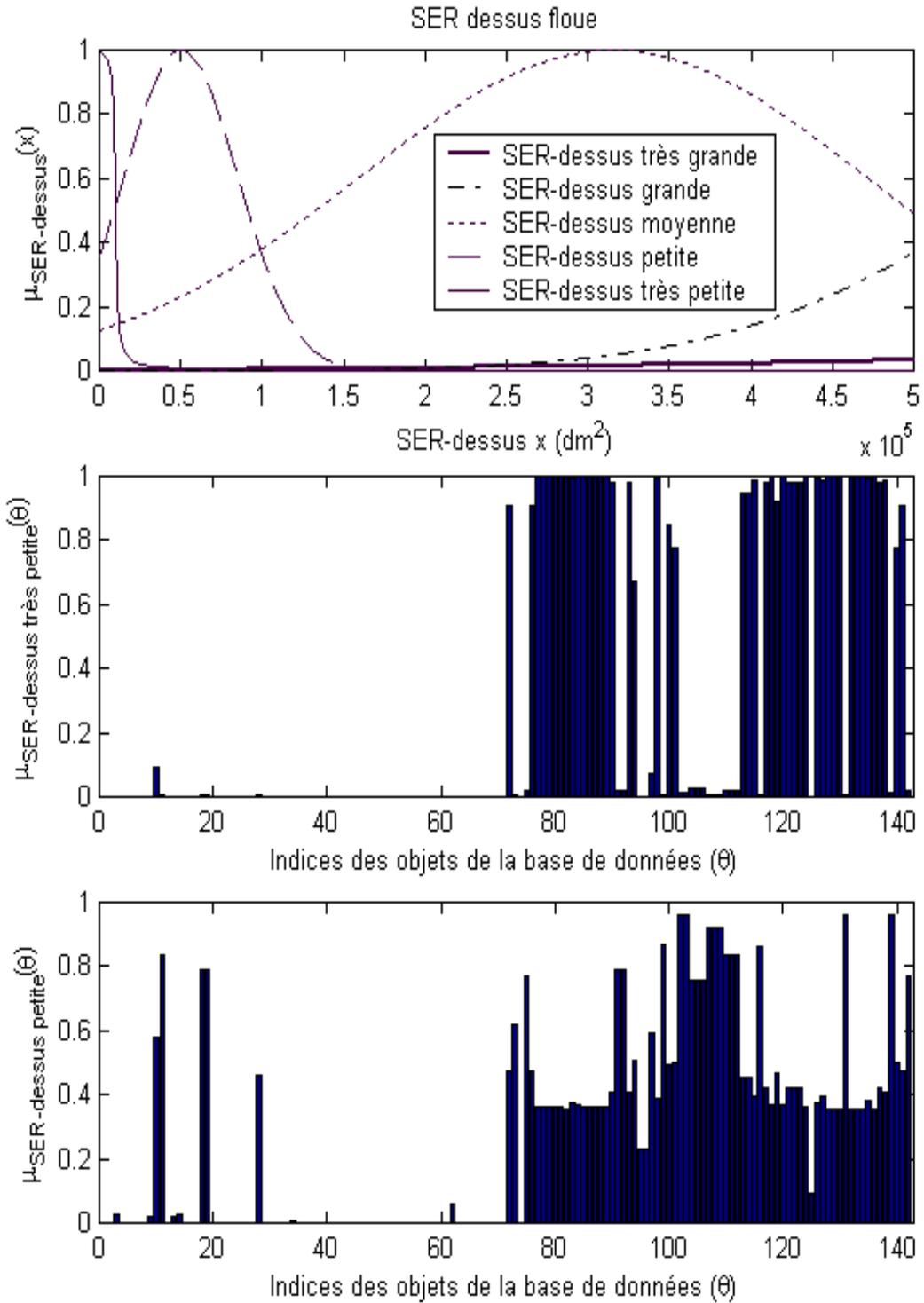
**Fig. B.3** – Hauteur floue - classe petite / moyenne / grande. Caractérisation de la base de données par les classes hauteur petite, hauteur moyenne et hauteur grande



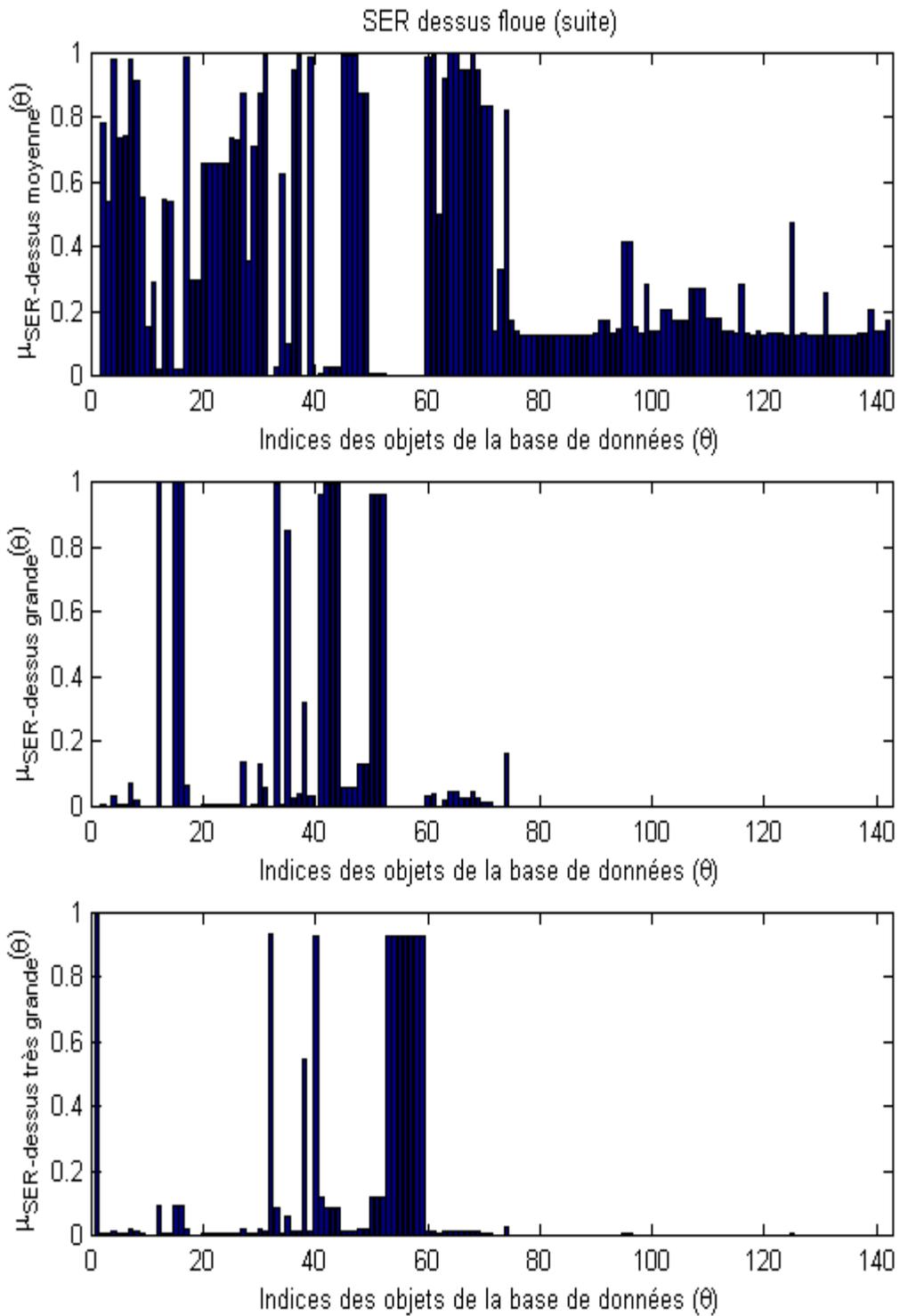
**Fig. B.4** – Section efficace radar de côté floue - classe très petite / petite / moyenne / grande / très grande. Caractérisation de la base de données par les classes  $SER_{côté}$  très petite et  $SER_{côté}$  petite



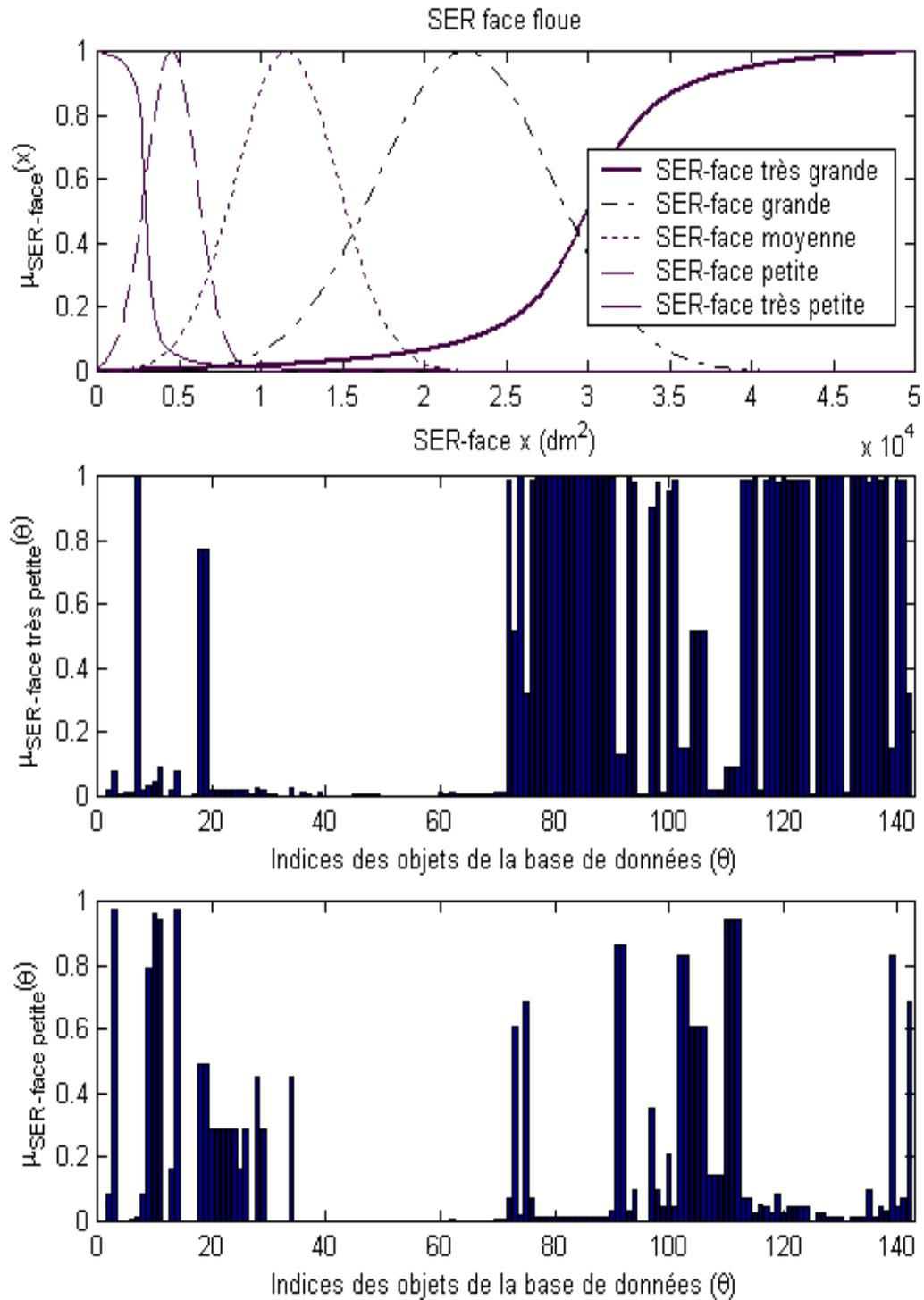
**Fig. B.5** – Section efficace radar de côté flou - Caractérisation de la base de données par les classes  $SER_{côté\ moyenne}$ ,  $SER_{côté\ grande}$  et  $SER_{côté\ très\ grande}$



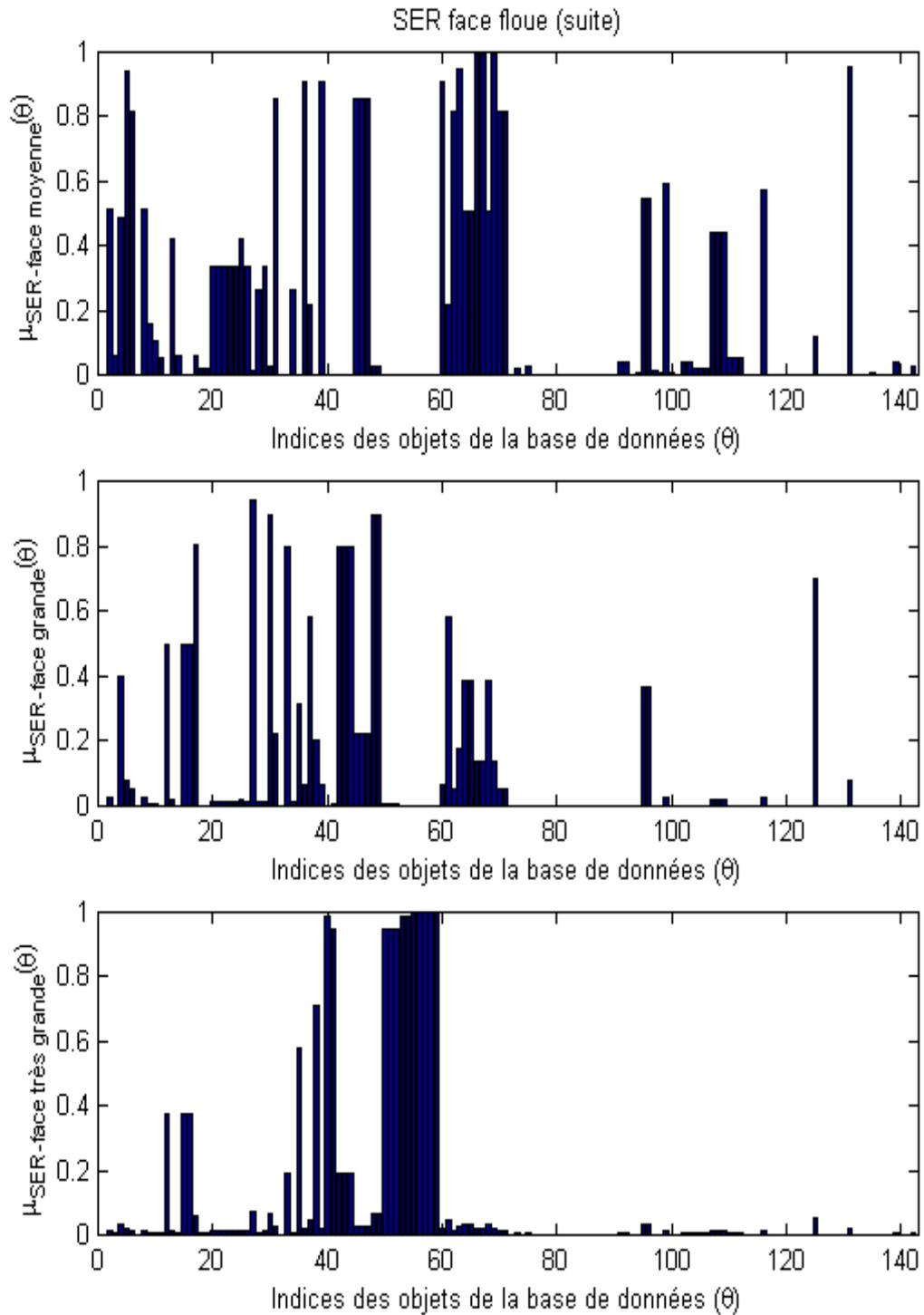
**Fig. B.6** – Section efficace radar de dessus floue - classe très petite / petite / moyenne / grande / très grande. Caractérisation de la base de données par les classes  $SER_{dessus}$  très petite et  $SER_{dessus}$  petite



**Fig. B.7** – Section efficace radar de dessus floue - Caractérisation de la base de données par les classes  $SER_{dessus}$  moyenne,  $SER_{dessus}$  grande et  $SER_{dessus}$  très grande



**Fig. B.8** – Section efficace radar de face floue - classe très petite / petite / moyenne / grande / très grande. Caractérisation de la base de données par les classes  $SER_{face}$  très petite et  $SER_{face}$  petite



**Fig. B.9** – Section efficace radar de face floue - Caractérisation de la base de données par les classes  $SER_{face}$  moyenne,  $SER_{face}$  grande et  $SER_{face}$  très grande

## Annexe C

### La représentation des informations à l'aide des ensembles approchés

## C.1 Les connaissances $R_1$ (le type et le sous-type), $R_2$ (la classification en termes d'offensivité) et la connaissance totale $R$

$$\begin{aligned}
 R_1 = & \left\{ \{ \theta_1 \}, \{ \theta_2, \theta_3, \theta_5, \theta_6, \theta_9, \theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{13}, \theta_{14}, \theta_{18}, \dots, \theta_{24}, \theta_{26}, \theta_{29}, \theta_{70}, \theta_{71}, \theta_{73} \}, \{ \theta_{28} \}, \right. \\
 & \{ \theta_4, \theta_7, \theta_{17}, \theta_{31}, \theta_{33}, \theta_{35}, \theta_{36}, \theta_{37}, \theta_{42}, \dots, \theta_{47}, \theta_{61} \}, \{ \theta_8, \theta_{25}, \theta_{34}, \theta_{39}, \theta_{60}, \theta_{64}, \dots, \theta_{69} \}, \\
 & \{ \theta_{27}, \theta_{41}, \theta_{50}, \theta_{51}, \theta_{52}, \theta_{63} \}, \{ \theta_{12}, \theta_{15}, \theta_{16}, \theta_{32}, \theta_{40}, \theta_{53}, \dots, \theta_{59} \}, \{ \theta_{30}, \theta_{38}, \theta_{48}, \theta_{49} \}, \\
 & \{ \theta_{72}, \theta_{76}, \theta_{90}, \theta_{93}, \theta_{94}, \theta_{113}, \theta_{114}, \theta_{115}, \theta_{117}, \theta_{119}, \theta_{49}, \theta_{121}, \theta_{122}, \theta_{123}, \theta_{127}, \theta_{137}, \theta_{138}, \theta_{141} \}, \\
 & \{ \theta_{74} \}, \{ \theta_{75}, \theta_{99}, \theta_{104}, \dots, \theta_{109}, \theta_{112}, \theta_{116}, \theta_{142} \}, \{ \theta_{77}, \dots, \theta_{82}, \theta_{84}, \theta_{85}, \theta_{86}, \theta_{88}, \theta_{89} \}, \\
 & \{ \theta_{62} \}, \{ \theta_{83}, \theta_{87} \}, \{ \theta_{91}, \theta_{100}, \theta_{111} \}, \{ \theta_{92}, \theta_{101}, \theta_{140} \}, \{ \theta_{95}, \theta_{96}, \theta_{102}, \theta_{103}, \theta_{125}, \theta_{139} \}, \\
 & \left. \{ \theta_{128}, \theta_{129}, \theta_{130}, \theta_{132}, \theta_{133}, \theta_{134}, \theta_{136}, \theta_{143} \} \right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_2 = & \left\{ \{ \theta_1, \theta_{28}, \theta_{62}, \theta_{92}, \theta_{95}, \theta_{96}, \theta_{97}, \theta_{101}, \theta_{102}, \theta_{103}, \theta_{110}, \theta_{125}, \theta_{131}, \theta_{139}, \theta_{140} \}, \right. \\
 & \{ \theta_2, \theta_9, \theta_{12}, \theta_{15}, \theta_{16}, \theta_{26}, \theta_{29}, \theta_{34}, \theta_{36}, \theta_{65}, \theta_{68}, \theta_{73}, \theta_{90}, \theta_{120}, \theta_{124}, \theta_{137}, \theta_{138}, \theta_{141} \}, \\
 & \{ \theta_3, \theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{25}, \theta_{30}, \theta_{35}, \theta_{38}, \theta_{40}, \theta_{41}, \theta_{48}, \dots, \theta_{59}, \theta_{63}, \theta_{98}, \theta_{100}, \theta_{111} \}, \\
 & \{ \theta_4, \dots, \theta_8, \theta_{17}, \theta_{20}, \dots, \theta_{24}, \theta_{31}, \theta_{32}, \theta_{37}, \theta_{39}, \theta_{45}, \theta_{46}, \theta_{47}, \theta_{60}, \theta_{64}, \theta_{66}, \theta_{67}, \theta_{69}, \dots, \theta_{72}, \\
 & \theta_{74}, \theta_{76}, \theta_{93}, \theta_{94}, \theta_{104}, \dots, \theta_{109}, \theta_{112}, \dots, \theta_{118}, \theta_{121}, \theta_{122}, \theta_{142} \}, \\
 & \{ \theta_{13}, \theta_{14}, \theta_{27}, \theta_{91}, \theta_{135} \}, \{ \theta_{128}, \theta_{129}, \theta_{130}, \theta_{132}, \theta_{133}, \theta_{134}, \theta_{136}, \theta_{143} \}, \\
 & \left. \{ \theta_{33}, \theta_{42}, \theta_{43}, \theta_{44}, \theta_{61}, \theta_{75}, \theta_{77}, \dots, \theta_{89}, \theta_{99}, \theta_{116}, \theta_{119}, \theta_{123}, \theta_{126}, \theta_{127} \} \right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R = & \left\{ \{ \theta_1 \}, \{ \theta_2, \theta_9, \theta_{26}, \theta_{29}, \theta_{73} \}, \{ \theta_3, \theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19} \}, \{ \theta_4, \theta_7, \theta_{17}, \theta_{31}, \theta_{37}, \theta_{45}, \theta_{46}, \theta_{47} \}, \right. \\
 & \{ \theta_5, \theta_6, \theta_{20}, \dots, \theta_{24}, \theta_{70}, \theta_{71} \}, \{ \theta_8, \theta_{39}, \theta_{60}, \theta_{64}, \theta_{66}, \theta_{67}, \theta_{69} \}, \{ \theta_{12}, \theta_{15}, \theta_{16} \}, \{ \theta_{13}, \theta_{14} \}, \\
 & \{ \theta_{25} \}, \{ \theta_{27} \}, \{ \theta_{28} \}, \{ \theta_{30}, \theta_{38}, \theta_{48}, \theta_{49} \}, \{ \theta_{32} \}, \{ \theta_{33}, \theta_{42}, \theta_{43}, \theta_{44}, \theta_{61} \}, \{ \theta_{34}, \theta_{65}, \theta_{68} \}, \\
 & \{ \theta_{35} \}, \{ \theta_{36} \}, \{ \theta_{40}, \theta_{53}, \dots, \theta_{59} \}, \{ \theta_{41}, \theta_{50}, \theta_{51}, \theta_{52}, \theta_{63} \}, \{ \theta_{62} \}, \{ \theta_{74} \}, \{ \theta_{75}, \theta_{99}, \theta_{116} \}, \\
 & \{ \theta_{72}, \theta_{76}, \theta_{93}, \theta_{94}, \theta_{113}, \theta_{114}, \theta_{115}, \theta_{117}, \theta_{121}, \theta_{122} \}, \{ \theta_{77}, \dots, \theta_{82}, \theta_{84}, \theta_{85}, \theta_{86}, \theta_{88}, \theta_{89} \}, \\
 & \{ \theta_{83}, \theta_{87} \}, \{ \theta_{90}, \theta_{137}, \theta_{138}, \theta_{141} \}, \{ \theta_{91} \}, \{ \theta_{92}, \theta_{101}, \theta_{140} \}, \{ \theta_{95}, \theta_{96}, \theta_{102}, \theta_{103}, \theta_{125}, \theta_{139} \}, \\
 & \{ \theta_{97}, \theta_{110}, \theta_{131} \}, \{ \theta_{98} \}, \{ \theta_{100}, \theta_{111} \}, \{ \theta_{104}, \dots, \theta_{109}, \theta_{112}, \theta_{142} \}, \{ \theta_{118} \}, \{ \theta_{120}, \theta_{124} \}, \\
 & \left. \{ \theta_{119}, \theta_{123}, \theta_{127} \}, \{ \theta_{126} \}, \{ \theta_{135} \}, \{ \theta_{128}, \theta_{129}, \theta_{130}, \theta_{132}, \theta_{133}, \theta_{134}, \theta_{136}, \theta_{143} \} \right\}
 \end{aligned}$$

## C.2 La modélisation des informations par des ensembles

$$A_1 = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{70}, \theta_{71}, \theta_{73}\}$$

$$A_2 = \{\theta_{11}, \theta_{19}, \theta_{63}\}$$

$$A_3 = \{\theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{28}, \theta_{62}, \theta_{72}, \theta_{73}, \theta_{75}, \dots, \theta_{127}, \theta_{131}, \theta_{135}, \theta_{137}, \dots, \theta_{142}\}$$

$$A_4 = \{\theta_2, \theta_3, \theta_5, \theta_6, \theta_8, \theta_9, \theta_{11}, \theta_{13}, \theta_{14}, \theta_{18}, \dots, \theta_{26}, \theta_{28}, \dots, \theta_{31}, \theta_{34}, \theta_{36}, \theta_{39}, \theta_{45}, \dots, \theta_{49}, \theta_{60}, \\ \theta_{62}, \dots, \theta_{71}, \theta_{73}, \theta_{95}, \theta_{96}, \theta_{125}, \theta_{131}\}$$

$$A_5 = \{\theta_{29}, \theta_{33}, \theta_{35}, \theta_{36}\}$$

$$A_6 = \{\theta_2, \theta_3, \theta_8, \dots, \theta_{11}, \theta_{13}, \theta_{14}, \theta_{18}, \dots, \theta_{26}, \theta_{28}, \theta_{29}, \theta_{34}, \theta_{73}, \theta_{77}, \dots, \theta_{90}, \theta_{93}, \theta_{94}, \theta_{98}, \theta_{101}, \\ \theta_{115}, \theta_{117}, \theta_{118}, \theta_{120}, \dots, \theta_{124}, \theta_{126}, \theta_{127}, \theta_{137}, \theta_{138}, \theta_{140}\}$$

$$A_7 = \{\theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{31}, \theta_{34}, \theta_{35}, \theta_{46}, \theta_{47}, \theta_{63}\}$$

$$A_8 = \{\theta_{18}, \theta_{19}\}$$

$$A_9 = \{\theta_3, \theta_5, \theta_6, \theta_9, \dots, \theta_{11}, \theta_{13}, \theta_{14}, \theta_{18}, \dots, \theta_{26}, \theta_{28}, \theta_{29}, \theta_{34}, \theta_{70}, \dots, \theta_{73}, \theta_{76}, \dots, \theta_{90}, \theta_{93}, \theta_{98}, \\ \theta_{101}, \theta_{113}, \dots, \theta_{115}, \theta_{117}, \dots, \theta_{124}, \theta_{126}, \theta_{127}, \theta_{135}, \theta_{137}, \theta_{138}, \theta_{140}, \theta_{141}\}$$

$$A_{10} = \{\theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{34}\}$$

$$A_{11} = \{\theta_{11}, \theta_{18}, \dots, \theta_{24}, \theta_{30}, \theta_{31}, \theta_{34}, \theta_{35}, \theta_{36}, \theta_{45}, \dots, \theta_{49}, \theta_{63}, \theta_{67}, \theta_{69}\}$$

$$A_{12} = \{\theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{63}\}$$

$$A_{13} = \{\theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{28}, \theta_{73}, \theta_{75}, \theta_{91}, \theta_{92}, \theta_{97}, \theta_{99}, \theta_{102}, \dots, \theta_{112}, \theta_{116}, \theta_{131}, \theta_{139}, \theta_{142}\}$$

$$A_{14} = \{\theta_7, \theta_{18}, \theta_{19}, \theta_{72}, \theta_{73}, \theta_{74}, \theta_{76}, \dots, \theta_{90}, \theta_{93}, \theta_{94}, \theta_{97}, \theta_{98}, \theta_{100}, \theta_{101}, \theta_{104}, \theta_{105}, \theta_{106}, \theta_{113}, \theta_{114}, \\ \theta_{115}, \theta_{117}, \dots, \theta_{124}, \theta_{126}, \theta_{127}, \theta_{135}, \theta_{137}, \theta_{138}, \theta_{140}, \theta_{141}\}$$

### C.3 La représentation des informations avec des ensembles approchés

$$\begin{aligned} \underline{RA}_1 = & \left\{ \{\theta_1\}, \{\theta_2, \theta_9, \theta_{26}, \theta_{29}, \theta_{73}\}, \{\theta_3, \theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}\}, \{\theta_4, \theta_7, \theta_{17}, \theta_{31}, \theta_{37}, \theta_{45}, \theta_{46}, \theta_{47}\}, \right. \\ & \{\theta_5, \theta_6, \theta_{20}, \dots, \theta_{24}, \theta_{70}, \theta_{71}\}, \{\theta_8, \theta_{39}, \theta_{60}, \theta_{64}, \theta_{66}, \theta_{67}, \theta_{69}\}, \{\theta_{12}, \theta_{15}, \theta_{16}\}, \{\theta_{13}, \theta_{14}\}, \\ & \{\theta_{25}\}, \{\theta_{27}\}, \{\theta_{28}\}, \{\theta_{30}, \theta_{38}, \theta_{48}, \theta_{49}\}, \{\theta_{32}\}, \{\theta_{33}, \theta_{42}, \theta_{43}, \theta_{44}, \theta_{61}\}, \{\theta_{34}, \theta_{65}, \theta_{68}\}, \\ & \left. \{\theta_{35}\}, \{\theta_{36}\}, \{\theta_{40}, \theta_{53}, \dots, \theta_{59}\}, \{\theta_{41}, \theta_{50}, \theta_{51}, \theta_{52}, \theta_{63}\} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{RA}_1 = & \left\{ \{\theta_1\}, \{\theta_2, \theta_9, \theta_{26}, \theta_{29}, \theta_{73}\}, \{\theta_3, \theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}\}, \{\theta_4, \theta_7, \theta_{17}, \theta_{31}, \theta_{37}, \theta_{45}, \theta_{46}, \theta_{47}\}, \right. \\ & \{\theta_5, \theta_6, \theta_{20}, \dots, \theta_{24}, \theta_{70}, \theta_{71}\}, \{\theta_8, \theta_{39}, \theta_{60}, \theta_{64}, \theta_{66}, \theta_{67}, \theta_{69}\}, \{\theta_{12}, \theta_{15}, \theta_{16}\}, \{\theta_{13}, \theta_{14}\}, \\ & \{\theta_{25}\}, \{\theta_{27}\}, \{\theta_{28}\}, \{\theta_{30}, \theta_{38}, \theta_{48}, \theta_{49}\}, \{\theta_{32}\}, \{\theta_{33}, \theta_{42}, \theta_{43}, \theta_{44}, \theta_{61}\}, \{\theta_{34}, \theta_{65}, \theta_{68}\}, \\ & \left. \{\theta_{35}\}, \{\theta_{36}\}, \{\theta_{40}, \theta_{53}, \dots, \theta_{59}\}, \{\theta_{41}, \theta_{50}, \theta_{51}, \theta_{52}, \theta_{63}\}, \{\theta_{62}\} \right\} \end{aligned}$$


---

$$\underline{RA}_2 = \left\{ \emptyset \right\}$$

$$\overline{RA}_2 = \left\{ \{\theta_3, \theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}\}, \{\theta_{41}, \theta_{50}, \theta_{51}, \theta_{52}, \theta_{63}\} \right\}$$


---

$$\begin{aligned} \underline{RA}_3 = & \left\{ \{\theta_{28}\}, \{\theta_{62}\}, \{\theta_{72}, \theta_{76}, \theta_{93}, \theta_{94}, \theta_{113}, \theta_{114}, \theta_{115}, \theta_{117}, \theta_{121}, \theta_{122}\}, \{\theta_{75}, \theta_{99}, \theta_{116}\}, \right. \\ & \{\theta_{77}, \dots, \theta_{82}, \theta_{84}, \theta_{85}, \theta_{86}, \theta_{88}, \theta_{89}\}, \{\theta_{83}, \theta_{87}\}, \{\theta_{90}, \theta_{137}, \theta_{138}, \theta_{141}\}, \{\theta_{91}\}, \\ & \{\theta_{92}, \theta_{101}, \theta_{140}\}, \{\theta_{95}, \theta_{96}, \theta_{102}, \theta_{103}, \theta_{125}, \theta_{139}\}, \{\theta_{97}, \theta_{110}, \theta_{131}\}, \{\theta_{98}\}, \{\theta_{100}, \theta_{111}\}, \\ & \left. \{\theta_{104}, \dots, \theta_{109}, \theta_{112}, \theta_{142}\}, \{\theta_{118}\}, \{\theta_{119}, \theta_{123}, \theta_{127}\}, \{\theta_{120}, \theta_{124}\}, \{\theta_{126}\}, \{\theta_{135}\} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{RA}_3 = & \left\{ \{\theta_2, \theta_9, \theta_{26}, \theta_{29}, \theta_{73}\}, \{\theta_3, \theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}\}, \{\theta_{28}\}, \{\theta_{62}\}, \{\theta_{75}, \theta_{99}, \theta_{116}\}, \right. \\ & \{\theta_{72}, \theta_{76}, \theta_{93}, \theta_{94}, \theta_{113}, \theta_{114}, \theta_{115}, \theta_{117}, \theta_{121}, \theta_{122}\}, \{\theta_{77}, \dots, \theta_{82}, \theta_{84}, \theta_{85}, \theta_{86}, \theta_{88}, \theta_{89}\}, \\ & \{\theta_{83}, \theta_{87}\}, \{\theta_{90}, \theta_{137}, \theta_{138}, \theta_{141}\}, \{\theta_{91}\}, \{\theta_{92}, \theta_{101}, \theta_{140}\}, \{\theta_{95}, \theta_{96}, \theta_{102}, \theta_{103}, \theta_{125}, \theta_{139}\}, \\ & \{\theta_{97}, \theta_{110}, \theta_{131}\}, \{\theta_{98}\}, \{\theta_{100}, \theta_{111}\}, \{\theta_{104}, \dots, \theta_{109}, \theta_{112}, \theta_{142}\}, \{\theta_{118}\}, \\ & \left. \{\theta_{119}, \theta_{123}, \theta_{127}\}, \{\theta_{120}, \theta_{124}\}, \{\theta_{126}\}, \{\theta_{135}\} \right\} \end{aligned}$$

$$\underline{RA}_4 = \left\{ \{\theta_2, \theta_9, \theta_{26}, \theta_{29}, \theta_{73}\}, \{\theta_5, \theta_6, \theta_{20}, \dots, \theta_{24}, \theta_{70}, \theta_{71}\}, \{\theta_8, \theta_{39}, \theta_{60}, \theta_{64}, \theta_{66}, \theta_{67}, \theta_{69}\}, \right. \\ \left. \{\theta_{13}, \theta_{14}\}, \{\theta_{25}\}, \{\theta_{28}\}, \{\theta_{34}, \theta_{65}, \theta_{68}\}, \{\theta_{36}\}, \{\theta_{62}\} \right\}$$

$$\overline{RA}_4 = \left\{ \{\theta_2, \theta_9, \theta_{26}, \theta_{29}, \theta_{73}\}, \{\theta_3, \theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}\}, \{\theta_4, \theta_7, \theta_{17}, \theta_{31}, \theta_{37}, \theta_{45}, \theta_{46}, \theta_{47}\}, \right. \\ \left. \{\theta_5, \theta_6, \theta_{20}, \dots, \theta_{24}, \theta_{70}, \theta_{71}\}, \{\theta_8, \theta_{39}, \theta_{60}, \theta_{64}, \theta_{66}, \theta_{67}, \theta_{69}\}, \{\theta_{13}, \theta_{14}\}, \{\theta_{25}\}, \{\theta_{28}\}, \right. \\ \left. \{\theta_{30}, \theta_{38}, \theta_{48}, \theta_{49}\}, \{\theta_{34}, \theta_{65}, \theta_{68}\}, \{\theta_{36}\}, \{\theta_{41}, \theta_{50}, \theta_{51}, \theta_{52}, \theta_{63}\}, \{\theta_{62}\}, \right. \\ \left. \{\theta_{95}, \theta_{96}, \theta_{102}, \theta_{103}, \theta_{125}, \theta_{139}\}, \{\theta_{97}, \theta_{110}, \theta_{131}\} \right\}$$


---

$$\underline{RA}_5 = \left\{ \{\theta_{35}\}, \{\theta_{36}\} \right\}$$

$$\overline{RA}_5 = \left\{ \{\theta_2, \theta_9, \theta_{26}, \theta_{29}, \theta_{73}\}, \{\theta_{33}, \theta_{42}, \theta_{43}, \theta_{44}, \theta_{61}\}, \{\theta_{35}\}, \{\theta_{36}\} \right\}$$


---

$$\underline{RA}_6 = \left\{ \{\theta_2, \theta_9, \theta_{26}, \theta_{29}, \theta_{73}\}, \{\theta_3, \theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}\}, \{\theta_{13}, \theta_{14}\}, \{\theta_{25}\}, \{\theta_{28}\}, \right. \\ \left. \{\theta_{77}, \dots, \theta_{82}, \theta_{84}, \theta_{85}, \theta_{86}, \theta_{88}, \theta_{89}\}, \{\theta_{83}, \theta_{87}\}, \{\theta_{98}\}, \{\theta_{120}, \theta_{124}\}, \{\theta_{118}\}, \{\theta_{126}\} \right\}$$

$$\overline{RA}_6 = \left\{ \{\theta_2, \theta_9, \theta_{26}, \theta_{29}, \theta_{73}\}, \{\theta_3, \theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}\}, \{\theta_5, \theta_6, \theta_{20}, \dots, \theta_{24}, \theta_{70}, \theta_{71}\}, \{\theta_{13}, \theta_{14}\}, \right. \\ \left. \{\theta_8, \theta_{39}, \theta_{60}, \theta_{64}, \theta_{66}, \theta_{67}, \theta_{69}\}, \{\theta_{25}\}, \{\theta_{28}\}, \{\theta_{34}, \theta_{65}, \theta_{68}\}, \{\theta_{90}, \theta_{137}, \theta_{138}, \theta_{141}\}, \right. \\ \left. \{\theta_{72}, \theta_{76}, \theta_{93}, \theta_{94}, \theta_{113}, \theta_{114}, \theta_{115}, \theta_{117}, \theta_{121}, \theta_{122}\}, \{\theta_{77}, \dots, \theta_{82}, \theta_{84}, \theta_{85}, \theta_{86}, \theta_{88}, \theta_{89}\}, \right. \\ \left. \{\theta_{83}, \theta_{87}\}, \{\theta_{92}, \theta_{101}, \theta_{140}\}, \{\theta_{98}\}, \{\theta_{120}, \theta_{124}\}, \{\theta_{119}, \theta_{123}, \theta_{127}\}, \{\theta_{118}\}, \{\theta_{126}\} \right\}$$


---

$$\underline{RA}_7 = \left\{ \{\theta_{35}\} \right\}$$

$$\overline{RA}_7 = \left\{ \{\theta_3, \theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}\}, \{\theta_4, \theta_7, \theta_{17}, \theta_{31}, \theta_{37}, \theta_{45}, \theta_{46}, \theta_{47}\}, \{\theta_{34}, \theta_{65}, \theta_{68}\}, \{\theta_{35}\}, \right. \\ \left. \{\theta_{41}, \theta_{50}, \theta_{51}, \theta_{52}, \theta_{63}\} \right\}$$

$$\underline{RA}_8 = \{ \emptyset \}$$

$$\overline{RA}_8 = \{ \{ \theta_3, \theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19} \} \}$$


---

$$\underline{RA}_9 = \{ \{ \theta_3, \theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19} \}, \{ \theta_5, \theta_6, \theta_{20}, \dots, \theta_{24}, \theta_{70}, \theta_{71} \}, \{ \theta_{13}, \theta_{14} \}, \{ \theta_{25} \}, \{ \theta_{28} \},$$

$$\{ \theta_{77}, \dots, \theta_{82}, \theta_{84}, \theta_{85}, \theta_{86}, \theta_{88}, \theta_{89} \}, \{ \theta_{83}, \theta_{87} \}, \{ \theta_{90}, \theta_{137}, \theta_{138}, \theta_{141} \}, \{ \theta_{98} \}, \{ \theta_{118} \},$$

$$\{ \theta_{119}, \theta_{123}, \theta_{127} \}, \{ \theta_{120}, \theta_{124} \}, \{ \theta_{126} \}, \{ \theta_{135} \} \}$$

$$\overline{RA}_9 = \{ \{ \theta_2, \theta_9, \theta_{26}, \theta_{29}, \theta_{73} \}, \{ \theta_3, \theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19} \}, \{ \theta_5, \theta_6, \theta_{20}, \dots, \theta_{24}, \theta_{70}, \theta_{71} \}, \{ \theta_{13}, \theta_{14} \},$$

$$\{ \theta_{25} \}, \{ \theta_{28} \}, \{ \theta_{34}, \theta_{65}, \theta_{68} \}, \{ \theta_{72}, \theta_{76}, \theta_{93}, \theta_{94}, \theta_{113}, \theta_{114}, \theta_{115}, \theta_{117}, \theta_{121}, \theta_{122} \},$$

$$\{ \theta_{77}, \dots, \theta_{82}, \theta_{84}, \theta_{85}, \theta_{86}, \theta_{88}, \theta_{89} \}, \{ \theta_{83}, \theta_{87} \}, \{ \theta_{90}, \theta_{137}, \theta_{138}, \theta_{141} \}, \{ \theta_{92}, \theta_{101}, \theta_{140} \},$$

$$\{ \theta_{98} \}, \{ \theta_{118} \}, \{ \theta_{119}, \theta_{123}, \theta_{127} \}, \{ \theta_{120}, \theta_{124} \}, \{ \theta_{126} \}, \{ \theta_{135} \} \}$$


---

$$\underline{RA}_{10} = \{ \emptyset \}$$

$$\overline{RA}_{10} = \{ \{ \theta_3, \theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19} \}, \{ \theta_{34}, \theta_{65}, \theta_{68} \} \}$$


---

$$\underline{RA}_{11} = \{ \{ \theta_{35} \}, \{ \theta_{36} \} \}$$

$$\overline{RA}_{11} = \{ \{ \theta_3, \theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19} \}, \{ \theta_4, \theta_7, \theta_{17}, \theta_{31}, \theta_{37}, \theta_{45}, \theta_{46}, \theta_{47} \}, \{ \theta_5, \theta_6, \theta_{20}, \dots, \theta_{24}, \theta_{70}, \theta_{71} \},$$

$$\{ \theta_8, \theta_{39}, \theta_{60}, \theta_{64}, \theta_{66}, \theta_{67}, \theta_{69} \}, \{ \theta_{30}, \theta_{38}, \theta_{48}, \theta_{49} \}, \{ \theta_{34}, \theta_{65}, \theta_{68} \}, \{ \theta_{35} \}, \{ \theta_{36} \},$$

$$\{ \theta_{41}, \theta_{50}, \theta_{51}, \theta_{52}, \theta_{63} \} \}$$


---

$$\underline{RA}_{12} = \{ \emptyset \}$$

$$\overline{RA}_{12} = \{ \{ \theta_3, \theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19} \}, \{ \theta_{41}, \theta_{50}, \theta_{51}, \theta_{52}, \theta_{63} \} \}$$

$$\begin{aligned} \underline{RA}_{13} &= \left\{ \{\theta_{28}\}, \{\theta_{91}\}, \{\theta_{97}, \theta_{110}, \theta_{131}\}, \{\theta_{104}, \dots, \theta_{109}, \theta_{112}, \theta_{142}\} \right\} \\ \overline{RA}_{13} &= \left\{ \{\theta_2, \theta_9, \theta_{26}, \theta_{29}, \theta_{73}\}, \{\theta_3, \theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}\}, \{\theta_{28}\}, \{\theta_{75}, \theta_{99}, \theta_{116}\}, \{\theta_{91}\}, \right. \\ &\quad \left. \{\theta_{92}, \theta_{101}, \theta_{140}\}, \{\theta_{95}, \theta_{96}, \theta_{102}, \theta_{103}, \theta_{125}, \theta_{139}\}, \{\theta_{97}, \theta_{110}, \theta_{131}\}, \{\theta_{100}, \theta_{111}\}, \right. \\ &\quad \left. \{\theta_{104}, \dots, \theta_{109}, \theta_{112}, \theta_{142}\} \right\} \end{aligned}$$


---

$$\begin{aligned} \underline{RA}_{14} &= \left\{ \{\theta_{72}, \theta_{76}, \theta_{93}, \theta_{94}, \theta_{113}, \theta_{114}, \theta_{115}, \theta_{117}, \theta_{121}, \theta_{122}\}, \{\theta_{77}, \dots, \theta_{82}, \theta_{84}, \theta_{85}, \theta_{86}, \theta_{88}, \theta_{89}\}, \right. \\ &\quad \left. \{\theta_{74}\}, \{\theta_{83}, \theta_{87}\}, \{\theta_{90}, \theta_{137}, \theta_{138}, \theta_{141}\}, \{\theta_{98}\}, \{\theta_{118}\}, \{\theta_{119}, \theta_{123}, \theta_{127}\}, \right. \\ &\quad \left. \{\theta_{120}, \theta_{124}\}, \{\theta_{126}\}, \{\theta_{135}\} \right\} \\ \overline{RA}_{14} &= \left\{ \{\theta_2, \theta_9, \theta_{26}, \theta_{29}, \theta_{73}\}, \{\theta_3, \theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{18}, \theta_{19}\}, \{\theta_4, \theta_7, \theta_{17}, \theta_{31}, \theta_{37}, \theta_{45}, \theta_{46}, \theta_{47}\}, \{\theta_{74}\}, \right. \\ &\quad \left. \{\theta_{72}, \theta_{76}, \theta_{93}, \theta_{94}, \theta_{113}, \theta_{114}, \theta_{115}, \theta_{117}, \theta_{121}, \theta_{122}\}, \{\theta_{77}, \dots, \theta_{82}, \theta_{84}, \theta_{85}, \theta_{86}, \theta_{88}, \theta_{89}\}, \right. \\ &\quad \left. \{\theta_{83}, \theta_{87}\}, \{\theta_{90}, \theta_{137}, \theta_{138}, \theta_{141}\}, \{\theta_{92}, \theta_{101}, \theta_{140}\}, \{\theta_{97}, \theta_{110}, \theta_{131}\}, \{\theta_{98}\}, \{\theta_{100}, \theta_{111}\}, \right. \\ &\quad \left. \{\theta_{104}, \dots, \theta_{109}, \theta_{112}, \theta_{142}\}, \{\theta_{118}\}, \{\theta_{119}, \theta_{123}, \theta_{127}\}, \{\theta_{120}, \theta_{124}\}, \{\theta_{126}\}, \{\theta_{135}\} \right\} \end{aligned}$$

## Annexe D

### Bases de données *a priori*

Code pays	Allégeance	Nom Pays	Nb. langues officielles	Langues officielles
USAM	FRIENDL	UNITED - STATES	1	ENGLISH
UKRA	NOTFRIE	UKRAINE	2	UKRANIAN, RUSSIAN
TAIW	FRIENDL	TAIWAN	1	CANTONESE
SWED	FRIENDL	SWEDEN	1	SWEDISH
RUSS	NOTFRIE	RUSSIA	1	RUSSIAN
PAKI	NOTFRIE	PAKISTAN	2	OURDOU, ENGLISH
MEXI	FRIENDL	MEXICO	1	SPANISH
LITH	NOTFRIE	LITHUANIA	1	LITHUANIAN
LIBY	NOTFRIE	LIBYA	1	ARAB
KAZA	NEUTRAL	KAZAKHSTAN	2	KAZAKH, RUSSIAN
ISRA	NEUTRAL	ISRAEL	5	HEBREW, ENGLISH, YIDDISH, RUSSIAN, ARAB
IRAQ	NOTFRIE	IRAQ	1	ARAB
INDI	NEUTRAL	INDIA	5	ENGLISH, INDI, GUJRATI, BENGHALI, PUNJABI
GREE	FRIENDL	GREECE	1	GREEK
GERM	FRIENDL	GERMANY	1	GERMAN
FRAN	FRIENDL	FRANCE	1	FRENCH
EGYP	NOTFRIE	EGYPT	1	ARAB
DANM	FRIENDL	DENMARK	1	DANISH
CHIN	NEUTRAL	CHINA	2	MANDARIN, CANTONESE
CANA	FRIENDL	CANADA	2	FRENCH, ENGLISH
BRIT	FRIENDL	UNITED - KINGDOM	1	ENGLISH
AUST	FRIENDL	AUSTRALIA	1	ENGLISH
POLA	NOTFRIE	POLAND	1	POLISH
SYRI	NOTFRIE	SYRIA	1	ARAB
PERU	UNKNOWN	UNKNOWN	1	UNKNOWN
N/A-	UNKNOWN	UNKNOWN	1	UNKNOWN
VAR-	UNKNOWN	UNKNOWN	1	UNKNOWN

**Tab. D.1** – Base de donnée géo-politique

ID	Cible associé	Type capteur	ID	Cible associé	Type capteur
6	NAVNAVI	FURUNO	53	NAV2DSU	SPS-55
7	NAVNAVI	URN-25	54	NAVNAVI	SPS-64(V)9
8	IFFINRE	MK-XII	55	NAV2DSU	SLIM-NET
9	NAV2DSU	TYPE-992R	56	NAVFICO	HAWK-SCREECH
10	NAV2DSU	SIGNAAL-DA-08	57	NAV2DSU	SPS-49(V)5
11	NAVFICO	SELENIA-912	58	NAV2DSU	ERICSSON-SG-HC-150
12	NAVNAVI	TYPE-1006	59	NAVFICO	SIGNAAL-VM-25-STIR
13	NAVECMS	SLQ-32(V)3-4	60	NAVECMS	SLQ-503
14	NAVECMS	SLQ-32(V)SIDEKICK	61	NAVNAVI	SPERRY-MK-340
15	NAVFICO	SPG-51D	62	NAV3DSU	HEAD-NET-C
16	NAV3DSU	SPS-48E	63	NAV3DSU	TOP-PLATE
17	NAV2DSU	SPS-67	64	NAVNAVI	DON-KAY
18	NAVNAVI	MARCONI-LN-66	65	NAVNAVI	PALM-FROND
19	NAVFICO	SPG-53F	66	NAV2DSU	PEEL-CONE
20	NAVFICO	SPG-55D	67	NAVFICO	EYE-BOWL
21	NAVECMS	TST-FL-1800	68	NAVFICO	OWL-SCREECH
22	NAVFICO	SIGNAAL-WM-25	69	NAVECMS	BELL-SQUAT
23	NAV2DSU	SIGNAAL-DA-08	70	NAV2DSU	SPIN-TROUGH
24	NAVNAVI	SMA-3-RM-20	71	NAVFICO	KITE-SCREECH
25	NAVECMS	TYPE-670	72	NAV2DSU	SIGNAAL-LW08
26	NAV2DSU	TYPE-967	73	NAVECMS	ELBIT-EA-2118
27	NAVNAVI	TYPE-1007	74	NAVFICO	SPERRY-MK-92
28	NAVFICO	TYPE-911	75	NAVNAVI	RACAL-DECCA-TM-969
29	NAVFICO	TYPE-910	76	NAV2DSU	SPS-502
30	NAV2DSU	TYPE-968	77	NAVNAVI	SRN-15
31	NAVFICO	SPG-60D	78	NAVECMS	SIDE-GLOBE
32	NAVFICO	SPQ-9	79	NAVNAVI	KELVINHUGUES-NUC-2
33	NAV2DSU	SPS-10	80	NAV2DSU	BIG-NET
34	NAVFICO	SPG-53A	81	NAVFICO	SCOOP-PAIR
35	NAVFICO	SPG-55B	82	NAVFICO	PEEL-GROUP
36	NAVECMS	ULQ-6	83	NAVFICO	MUFF-CUB
37	NAV2DSU	SPS-503	84	NAV3DSU	TOP-SAIL
38	NAVNAVI	SPERRY-127E	85	NAVFICO	HEAD-LIGHT
39	NAVFICO	SPG-48	86	NAV2DSU	LOW-TROUGH
40	NAV2DSU	SPS-12	87	NAVFICO	DRUM-TILT
41	NAVFICO	SPG-34	88	NAVECMS	FOOT-BALL
42	NAVNAVI	SPERRY-MK-II	89	NAVNAVI	ROUND-HOUSE
43	NAVNAVI	URN-20	90	NAV2DSU	TOP-STEER
44	NAV2DSU	STRUT-CURVE	91	NAVFICO	CROSS-WORD
45	NAVFICO	POP-GROUP	92	NAVFICO	TOP-DOME
46	NAVFICO	BASS-TILT	93	ATGCCA	FLY-SCREEN
47	NAVNAVI	DON-2	94	NAVECMS	CAGE-POT
48	NAVECMS	TYPE-675	95	NAV3DSU	SKY-WATCH
49	NAVFICO	TYPE-909	96	NAV3DSU	PLATE-STEER
50	NAV2DSU	TYPE-1022	97	NAV2DSU	STRUT-PAIR
51	NAV2DSU	TYPE-996(2)	98	NAVFICO	TRAP-DOOR
52	NAVFICO	TYPE-909(1)	99	ATGCCA	FLY-TRAP

**Tab. D.2** – Base de données des capteurs (1)

ID	Cible associé	Type capteur	ID	Cible associé	Type capteur
100	ATCGCCA	CAKE-STAND	145	MISHORA	SUPER-ADAC
101	IFFINRE	SALT-POT-B	146	AIRECMS	ALQ-126B
102	IFFINRE	LONG-HEAD	147	AIRECMS	ALQ-162
103	IFFINRE	HIGH-POLE-B	148	AIRMULT	APG-65
104	IFFINRE	HIGH-POLE-A	149	AIRMULT	APS-134
105	NAV3DSU	HALF-PLATE	150	AIRMULT	APN-510
106	IFFINRE	SALT-POT-A	151	AIRMULT	APS-116-506
107	IFFINRE	UPX-12	152	AIRECMS	SPS-3000
109	IFFINRE	SQUARE-HEAD	153	AIRMULT	APG-68
110	NAV3DSU	SPY-1A	154	AIRFICO	AWG-9
111	NAV3DSU	SPY-1B	155	AIRECMS	ALQ-165
112	NAVFICO	SPG-62	156	AIRMULT	APS-128D
113	NAV2DSU	SPS-52C	157	AIRWEAT	PRIMUS-800
114	NAV2DSU	SPS-40	158	AIRMULT	BLUE-KESTREL
115	NAV2DSU	HUGUES-MK-23-TAS	159	AIRECMS	ALQ-155
116	ATCGCCA	SPN-35	160	AIRECMS	ALQ-172
117	ATCGCCA	SPN-43	161	AIRMULT	B-52-AIRBORNE-RADAR
118	IFFINRE	MK-XV	162	AIRMULT	APS-137
119	NAVNAVI	SPS-53	163	AIRFICO	SKIP-SPIN
121	NAVFICO	RAYTHEON-MK-95	164	AIRFICO	FAN-TAIL
122	NAVECMS	SLQ-29	165	AIRMULT	ORB37-HL
123	NAVECMS	SLQ-17	166	AIRFICO	BOX-TAIL
124	ATCGCCA	SPN-41	167	AIRNAVI	CLAM-PIPE
125	ATCGCCA	SPN-44	168	AIRECMS	GROUND-BOUNCER
126	ATCGCCA	SPN-46	169	AIRMULT	APG-70
127	NAVNAVI	FURUNO-900	170	AIRECMS	ALQ-135
128	NAVFICO	BAND-STAND	171	AIRECMS	ELISRA-SPJ-20
129	NAVFICO	FRONT-DOME	172	AIRMULT	THOMPSON-RDM-RADAR
130	NAV2DSU	SPS-58A	173	AIRMULT	GROUPE-IE-RBE2
131	UNDETER	LIGHT-BULB	174	AIRECMS	THOMPSON-CSF-BAREM
132	NAV2DSU	UNKNOWN-RUSS-NO-1	175	AIRECMS	THOMPSON-CSF-CAIMAN
133	AIRFICO	FLASH-DANSE	176	AIRECMS	DASSAULT-CAMELEON
134	NAV3DSU	TST-TRS	177	AIRMULT	SLOT-BACK
135	NAV2DSU	PHILIPS-9GR-600	178	AIRMULT	SHORT-HORN
136	NAVFICO	PHILIPS-9VL-200	179	AIRMULT	APS-133
137	NAVNAVI	BURMEIS-WES-MIL-900	180	AIRFICO	BLUE-FOX-MK2
138	SUBSUSU	SNOOP-PAIR	181	AIRWEAT	RACAL-DOPPLER-72
139	AIRMULT	DOWN-BEAT	99951	AIRECMS	DOWNBEAT
140	MISHORA	TEXAS-INST-DSQ-28	99952	AIRNAVI	COMMERCIAL
141	AIRNAVI	APN-194	99953	AIRECMS	NO-93
142	MISHORA	MS-2-SEEKER	99954	AIRNAVI	APQ-55
143	MISHORA	KING-FISH-SEEKER	99999	UNKNOWN	UNKNOWN
144	MISHORA	ADAC			

**Tab. D.3** – Base de données des capteurs (2)

ID	Nom cible	Type	Sous-type	Offensivité	Code pays	$V_{min}$	$V_{max}$	ACC	ALT max	Lon.	Hau.	Lar.
1	JAHRE VICKING	SURNOMI	TANKERV	HARMLE	DANM	0	35	999	0	460	33	51
2	HALIFAX CPF	SURMILI	FRIGATE	MEDIOF	CANA	0	35	999	0	130	51	16
3	TARIQ AMAZON	SURMILI	FRIGATE	WEAKOF	PAKI	0	30	999	0	110	4	13
4	BELKNAP	SURMILI	CRUISER	STROOF	USAM	0	38	999	0	167	9	17
5	BREMEN	SURMILI	FRIGATE	STROOF	GERM	0	30	999	0	130	7	15
6	BROADSWORD BATCH I	SURMILI	FRIGATE	STROOF	BRIT	0	30	999	0	131	6	15
7	CALIFORNIA	SURMILI	CRUISER	STROOF	USAM	0	35	999	0	182	10	19
8	COONTZ	SURMILI	DESTROY	STROOF	USAM	0	35	999	0	156	5	16
9	IMPROVED RESTIGOUCHE	SURMILI	FRIGATE	MEDIOF	CANA	0	28	999	0	113	4	13
10	MACKENZIE	SURMILI	FRIGATE	WEAKOF	CANA	0	28	999	0	112	4	12
11	GRISHA III (ALBATROS)	SURMILI	FRIGATE	WEAKOF	LITH	0	30	999	0	71	4	10
12	INVINCIBLE	SURMILI	CARRIER	MEDIOF	BRIT	0	28	999	0	209	8	36
13	ST LAURENT	SURMILI	FRIGATE	VEWEOF	CANA	0	27	999	0	112	5	13
14	ST CROIX	SURMILI	FRIGATE	VEWEOF	CANA	0	25	999	0	111	4	13
15	INVINCIBLE ILLUSTRIO	SURMILI	CARRIER	MEDIOF	BRIT	0	28	999	0	209	8	36
16	INVINCIBLE ARK ROYAL	SURMILI	CARRIER	MEDIOF	BRIT	0	28	999	0	209	8	36
17	VIRGINIA	SURMILI	CRUISER	STROOF	USAM	0	35	999	0	178	10	19
18	MIRKA I	SURMILI	FRIGATE	WEAKOF	RUSS	0	32	999	0	82	3	9
19	MIRKA II	SURMILI	FRIGATE	WEAKOF	RUSS	0	32	999	0	82	3	9
20	KRIVAK IA	SURMILI	FRIGATE	STROOF	RUSS	0	32	999	0	124	5	14
21	KRIVAK IB	SURMILI	FRIGATE	STROOF	RUSS	0	32	999	0	124	5	14
22	KRIVAK II	SURMILI	FRIGATE	STROOF	RUSS	0	32	999	0	124	5	14
23	KRIVAK IIIA	SURMILI	FRIGATE	STROOF	RUSS	0	32	999	0	124	5	14
24	KRIVAK IIIB	SURMILI	FRIGATE	STROOF	RUSS	0	32	999	0	124	5	14
25	IROQUOIS	SURMILI	DESTROY	WEAKOF	CANA	0	30	999	0	130	5	15
26	ADELAIDE	SURMILI	FRIGATE	MEDIOF	AUST	0	30	999	0	138	5	14
27	IMPROVED PROVIDER	SURMILI	SUPPORT	VEWEOF	CANA	0	21	999	0	172	9	23
28	QUEST	SURMILI	MISCELL	HARMLE	CANA	0	11	999	0	72	5	13
29	KNOX	SURMILI	FRIGATE	MEDIOF	EGYP	0	27	999	0	134	5	14
30	IVAN ROGOV	SURMILI	ASSAMPH	WEAKOF	RUSS	0	25	999	0	158	8	25
31	KARA KERCH	SURMILI	CRUISER	STROOF	RUSS	0	35	999	0	173	7	19

Tab. D.4 – Base de données cibles : 1 - 31

ID	Type mot.	Nb. cyl.	SER côté	SER face	SER dessus	IR	RP	Lames	Nb. ém.	Liste émetteurs
1	2	99	1518000	168300	2346000	1	9		99	
2	3	20	65000	8000	208000	1	2	4 4	8	57, 58, 59, 60, 61, 6, 7, 8
3	1	0	44000	4200	143000	1	2	99 99	3	10, 11, 12
4	4	0	150300	15300	284000	1	2	99 99	9	13, 16, 17, 18, 19, 20, 57, 7, 8
5	2	99	91000	10500	195000	1	2	99 99	5	59, 21, 22, 23, 24
6	1	99	84000	9600	196500	1	2	99 99	4	25, 30, 27, 28
7	4	99	182000	190	346000	1	2	99 99	9	57, 7, 13, 16, 17, 18, 15, 31, 32
8	4	99	72000	8000	250000	1	2	99 99	9	57, 7, 13, 16, 18, 33, 34, 35, 8
9	4	99	44200	5600	147000	1	2	99 99	7	7, 58, 36, 37, 33, 38, 39
10	4	99	450	5000	13500	1	2	99 99	4	33, 39, 40, 41
11	3	99	28400	4000	71000	1	3	99 99	99	7, 44, 45, 46, 47, 103, 101, 109
12	1	99	167200	28800	752400	1	2	99 99	5	48, 50, 51, 12, 49
13	4	99	60000	7500	146000	1	2	99 99	5	33, 39, 40, 42, 43
14	4	99	44400	4200	144000	1	2	99 99	3	40, 33, 39
15	1	99	167200	28800	752400	1	2	99 99	6	48, 50, 51, 27, 49, 52
16	1	99	167200	28800	752400	1	2	99 99	5	48, 50, 9, 12, 49
17	4	99	178000	19000	338200	1	2	99 99	10	13, 16, 57, 53, 54, 15, 31, 32, 7, 8
18	3	99	24600	2700	73800	1	2	99 99	5	55, 47, 56, 103, 109
19	3	99	24600	2700	73800	1	2	99 99	6	44, 55, 47, 56, 103, 109
20	3	99	62000	7000	173600	1	2	99 99	6	62, 69, 67, 45, 68, 103
21	3	99	62000	7000	173600	1	2	99 99	6	63, 69, 67, 45, 68, 103
22	3	99	62000	7000	173600	1	2	99 99	5	62, 69, 67, 45, 103
23	3	99	62000	7000	173600	1	2	99 99	8	62, 69, 66, 45, 71, 46, 103, 101
24	3	99	62000	7000	173600	1	2	99 99	8	63, 69, 66, 45, 71, 46, 103, 101
25	1	99	65000	7500	195000	1	2	99 99	6	36, 72, 23, 59, 7, 8
26	1	99	69000	7000	193200	1	2	99 99	8	7, 13, 73, 57, 53, 31, 74, 8
27	4	99	154800	20700	395600	1	2	99 99	5	43, 42, 75, 76, 8
28	2	99	36000	6500	93600	1	2	99 99	1	79
29	4	99	67000	7000	187600	1	2	99 99	6	77, 19, 18, 17, 14, 107
30	1	99	126400	20000	395000	1	2	99 99	9	93, 89, 103, 101, 68, 46, 65, 64, 62
31	1	99	121100	13300	328700	1	2	99 99	12	78, 84, 62, 64, 47, 85, 45, 68, 46, 93, 104, 103

Tab. D.5 – Base de données cibles: 1 - 31 (suite)

ID	Nom cible	Type	Sous-type	Offensivité	Code pays	$V_{min}$	$V_{max}$	ACC	ALT max	Lon.	Hau.	Lar.
32	MODIFIED KIEV	SURMILI	CARRIER	STROOF	RUSS	0	32	999	0	274	10	51
33	KIROV ADM USHAKOV	SURMILI	CRUISER	VESTOF	RUSS	0	35	999	0	252	9	29
34	SAM KOTLIN	SURMILI	DESTROY	MEDIOF	RUSS	0	36	999	0	127	5	13
35	MOSKVA	SURMILI	CRUISER	WEAKOF	RUSS	0	31	999	0	191	9	34
36	KRESTA I	SURMILI	CRUISER	MEDIOF	RUSS	0	35	999	0	156	6	17
37	TICONDEGORA	SURMILI	CRUISER	STROOF	USAM	0	35	999	0	173	10	17
38	TARAWA	SURMILI	ASSAMPH	WEAKOF	USAM	0	24	999	0	254	8	40
39	SPRUANCE	SURMILI	DESTROY	STROOF	USAM	0	33	999	0	172	6	17
40	NIMITZ	SURMILI	CARRIER	WEAKOF	USAM	0	35	999	0	333	11	41
41	SACRAMENTO	SURMILI	SUPPORT	WEAKOF	USAM	0	26	999	0	242	12	33
42	KIROV ADM NAKHIMOV	SURMILI	CRUISER	VESTOF	RUSS	0	35	999	0	252	9	29
43	KIROV ADM LAZAREV	SURMILI	CRUISER	VESTOF	RUSS	0	35	999	0	252	9	29
44	KIROV PYOTR VELIKIY	SURMILI	CRUISER	VESTOF	RUSS	0	35	999	0	252	9	29
45	KARA AZOV	SURMILI	CRUISER	STROOF	RUSS	0	35	999	0	173	7	19
46	KARA PETROPVLOVSK	SURMILI	CRUISER	STROOF	RUSS	0	35	999	0	173	7	19
47	KARA VLADIVOSTOK	SURMILI	CRUISER	STROOF	RUSS	0	35	999	0	173	7	19
48	IVAN ROGOV ALEKSANDR	SURMILI	ASSAMPH	WEAKOF	RUSS	0	25	999	0	158	8	25
49	IVAN ROGOV MITROFAN	SURMILI	ASSAMPH	WEAKOF	RUSS	0	25	999	0	158	8	25
50	CAMDEN SACRAMENTO	SURMILI	SUPPORT	WEAKOF	USAM	0	26	999	0	242	12	33
51	SEATTLE SACRAMENTO	SURMILI	SUPPORT	WEAKOF	USAM	0	26	999	0	242	12	33
52	DETROIT SACRAMENTO	SURMILI	SUPPORT	WEAKOF	USAM	0	26	999	0	242	12	33
53	NIMITZ DWIGHT EISENH	SURMILI	CARRIER	WEAKOF	USAM	0	35	999	0	333	11	41
54	NIMITZ CARL VINSON	SURMILI	CARRIER	WEAKOF	USAM	0	35	999	0	333	11	41
55	NIMITZ THEODORE ROOS	SURMILI	CARRIER	WEAKOF	USAM	0	35	999	0	333	12	41
56	NIMITZ ABRAHAM LINCO	SURMILI	CARRIER	WEAKOF	USAM	0	35	999	0	333	12	41
57	NIMITZ GEORGE WASHIN	SURMILI	CARRIER	WEAKOF	USAM	0	35	999	0	333	12	41
58	NIMITZ JOHN C STENNI	SURMILI	CARRIER	WEAKOF	USAM	0	35	999	0	333	12	41
59	NIMITZ HARRY S TRUMA	SURMILI	CARRIER	WEAKOF	USAM	0	35	999	0	333	12	41
60	SPRUANCE HAYLER	SURMILI	DESTROY	STROOF	USAM	0	33	999	0	172	6	17
61	TICONDEGORA PRINCETO	SURMILI	CRUISER	VESTOF	USAM	0	35	999	0	173	10	17
62	SIR WILLIAM ALEXANDE	SURNOMI	ICEBREA	HARMLE	CANA	0	16	999	0	83	6	16

Tab. D.6 – Base de données cibles : 32 - 62

ID	Type mot.	Nb. cyl.	SER côté	SER face	SER dessus	IR	RP	Lames	Nb. ém.	Liste émetteurs
32	4	99	274000	51000	1397400	1	4	99 99	15	88, 94, 95, 96, 97, 65, 98, 71, 46, 91, 99, 100, 101, 102, 106
33	4	99	226800	26100	730800	1	2	99 99	14	77, 89, 90, 65, 67, 92, 84, 80, 45, 71, 46, 93, 101, 106
34	4	99	63500	6500	165100	1	2	99 99	7	62, 47, 86, 82, 56, 87, 103
35	4	99	171900	30600	649400	1	2	99 99	8	77, 84, 62, 47, 85, 83, 103, 104
36	4	99	93600	10200	265200	1	2	99 99	9	77, 80, 62, 65, 81, 82, 83, 46, 103
37	1	99	173000	17000	294100	1	2	99 99	9	13, 110, 57, 53, 54, 32, 112, 7, 8
38	4	99	203200	32000	1016000	1	2	99 99	13	13, 16, 113, 114, 115, 17, 54, 116, 117, 31, 32, 7, 118
39	1	99	103200	10200	292400	1	2	99 99	12	14, 114, 115, 53, 18, 119, 57, 31, 32, 121, 43, 8
40	4	99	366300	45100	1365300	1	4	99 99	14	122, 16, 57, 115, 17, 124, 117, 125, 126, 127, 54, 121, 7, 8
41	4	99	290400	39600	798600	1	2	99 99	6	13, 130, 33, 18, 121, 7
42	4	99	226800	26100	730800	1	2	99 99	12	88, 89, 63, 65, 91, 92, 84, 80, 45, 71, 101, 106
43	4	99	226800	26100	730800	1	2	99 99	12	88, 89, 90, 65, 91, 92, 84, 80, 45, 71, 101, 106
44	4	99	226800	26100	730800	1	2	99 99	12	88, 89, 63, 65, 91, 92, 84, 80, 45, 71, 101, 106
45	1	99	121100	13300	328700	1	2	99 99	12	78, 84, 62, 64, 85, 45, 92, 68, 46, 93, 104, 103
46	1	99	121100	13300	328700	1	2	99 99	12	78, 84, 62, 64, 47, 85, 45, 68, 46, 89, 104, 103
47	1	99	121100	13300	328700	1	2	99 99	12	78, 84, 62, 64, 47, 85, 45, 68, 46, 93, 104, 103
48	1	99	126400	20000	395000	1	2	99 99	10	93, 89, 103, 101, 68, 46, 45, 65, 64, 62
49	1	99	126400	20000	395000	1	2	99 99	10	93, 89, 103, 101, 68, 46, 45, 65, 64, 105
50	4	99	290400	39600	798600	1	2	99 99	6	13, 130, 33, 18, 121, 7
51	4	99	290400	39600	798600	1	2	99 99	5	115, 33, 18, 121, 7
52	4	99	290400	39600	798600	1	2	99 99	5	130, 33, 18, 121, 7
53	4	99	366300	45100	1365300	1	4	99 99	14	122, 16, 57, 115, 17, 124, 117, 125, 126, 127, 54, 121, 7, 8
54	4	99	366300	45100	1365300	1	4	99 99	14	122, 16, 57, 115, 17, 124, 117, 125, 126, 127, 54, 121, 7, 8
55	4	99	399600	49200	1365300	1	4	99 99	14	122, 16, 57, 115, 17, 124, 117, 125, 126, 127, 54, 121, 7, 8
56	4	99	399600	49200	1365300	1	4	99 99	14	122, 16, 57, 115, 17, 124, 117, 125, 126, 127, 54, 121, 7, 8
57	4	99	399600	49200	1365300	1	4	99 99	14	13, 16, 57, 115, 17, 124, 117, 125, 126, 127, 54, 121, 7, 8
58	4	99	399600	49200	1365300	1	4	99 99	14	13, 16, 57, 115, 17, 124, 117, 125, 126, 127, 54, 121, 7, 8
59	4	99	399600	49200	1365300	1	4	99 99	14	13, 16, 57, 115, 17, 124, 117, 125, 126, 127, 54, 121, 7, 8
60	1	99	103200	10200	292400	1	2	99 99	12	14, 57, 115, 53, 18, 119, 54, 31, 32, 121, 43, 7
61	1	99	173000	17000	294100	1	2	99 99	9	13, 111, 57, 53, 54, 32, 112, 7, 8
62	2	99	49800	9600	132800	1	2	99 99	99	unknown

Tab. D.7 – Base de données câbles: 32 - 62 (suite)

ID	Nom cible	Type	Sous-type	Offensivité	Code pays	$V_{min}$	$V_{max}$	ACC	ALT max	Lon.	Hau.	Lar.
63	UGRA II	SURMIL	SUPPORT	WEAKOF	RUSS	0	17	999	0	141	7	18
64	UDALOY II	SURMIL	DESTROY	STROOF	RUSS	0	30	999	0	164	8	19
65	UDALOY AND KULAKOV	SURMIL	DESTROY	MEDIOF	RUSS	0	30	999	0	164	8	19
66	SOVREMENNY II	SURMIL	DESTROY	STROOF	RUSS	0	32	999	0	156	7	17
67	SOVREMENNY OSMOTRITE	SURMIL	DESTROY	STROOF	RUSS	0	32	999	0	156	7	17
68	UDALOY SPIRIDONOV	SURMIL	DESTROY	MEDIOF	RUSS	0	30	999	0	164	8	19
69	SOVREMENNY BOYEVOY	SURMIL	DESTROY	STROOF	RUSS	0	32	999	0	156	7	17
70	BROADSWORD BATCH 2	SURMIL	FRIGATE	STROOF	BRIT	0	30	999	0	148	6	15
71	BROADSWORD BATCH 3	SURMIL	FRIGATE	STROOF	BRIT	0	30	999	0	148	6	15
72	MIG31 FOXHOUND RUSSI	AIRMIL	FIGHTIN	STROOF	RUSS	200	1525	60	20600	23	6	13
73	NIELS JUEL	SURMIL	FRIGATE	MEDIOF	DANM	0	28	999	0	84	3	10
74	TYPHOON	SUBSURF	NUCPSTR	STROOF	RUSS	0	26	999	90000300	165	13	25
75	TU22M2 BACKFIRE B	AIRMIL	BOMBERS	VESTOF	RUSS	200	1080	30	13300	43	11	23
76	MIG31 FOXHOUND CHINA	AIRMIL	FIGHTIN	STROOF	CHIN	550	1525	60	20600	23	6	13
77	TOMAHAWK 109A/C/D	AIRMIL	SSMISSI	VESTOF	N/A	450	500	999	1000	6	1	1
78	TOMAHAWK 109B	AIRMIL	SSMISSI	VESTOF	N/A	450	500	999	1000	6	1	1
79	HARPOON	AIRMIL	SSMISSI	VESTOF	N/A	500	550	999	1000	4	0	0
80	HARPOON ID	AIRMIL	SSMISSI	VESTOF	N/A	500	550	999	1000	5	0	0
81	HARPOON SLAM	AIRMIL	SSMISSI	VESTOF	N/A	500	550	999	1000	4	0	0
82	SEA SPARROW	AIRMIL	SAMISSI	VESTOF	N/A	600	650	999	10000	4	0	0
83	AS 6 KINGFISH	AIRMIL	ASMISSI	VESTOF	N/A	500	2000	999	18000	10	1	1

Tab. D.8 – Base de données cibles : 63 - 83

ID	Type mot.	Nb. cyl.	SER côté	SER face	SER dessus	IR	RP	Lames	Nb. ém.	Liste émetteurs
63	2	99	98700	12600	253800	1	2	99 99	5	44, 47, 83, 109, 103
64	1	99	131200	15200	311600	1	2	99 99	9	69, 97, 63, 65, 128, 91, 71, 93, 131
65	1	99	131200	15200	311600	1	2	99 99	11	69, 97, 65, 67, 91, 46, 71, 101, 106, 89, 93
66	4	99	109200	11900	265200	1	2	99 99	6	63, 132, 129, 46, 128, 71
67	4	99	109200	11900	265200	1	2	99 99	13	69, 96, 65, 128, 129, 71, 46, 101, 106, 103, 104, 102, 131
68	1	99	131200	15200	311600	1	2	99 99	12	69, 97, 63, 65, 67, 91, 46, 71, 101, 106, 89, 93
69	4	99	109200	11900	265200	1	2	99 99	13	69, 63, 65, 128, 129, 71, 46, 101, 106, 103, 104, 102, 133
70	1	99	94800	9600	222000	1	2	99 99	4	25, 30, 27, 28
71	1	99	94800	9600	222000	1	2	99 99	4	25, 30, 27, 28
72	9	99	3500	1000	7500	2	2	26 26	1	133
73	3	20	24900	3000	84000	1	2	99 99	4	135, 136, 121, 137
74	4	99	2500	250	412500	1	2	99 99	1	138
75	9	99	11800	3200	24600	1	2	99 99	2	139, 166
76	9	99	3500	1000	7500	2	2	26 26	1	133
77	9	99	300	25	300	3	0	nothing	0	nothing
78	9	99	300	25	300	3	0	nothing	2	140, 141
79	9	99	135	10	135	3	0	nothing	2	140, 141
80	9	99	170	10	170	3	0	nothing	0	nothing
81	9	99	135	10	135	3	0	nothing	0	nothing
82	9	99	70	5	70	3	0	nothing	0	nothing
83	9	99	1000	100	1000	3	0	nothing	1	143

Tab. D.9 – Base de données cibles: 63 - 83 (suite)

ID	Nom cible	Type	Sous-type	Offensivité	Code pays	$V_{min}$	$V_{max}$	ACC	ALT max	Lon.	Hau.	Lar.
84	SS N 2 STYX	AIRMILI	SSMISSI	VESTOF	N/A	500	600	999	350	6	1	1
85	EXOCET MM38	AIRMILI	SSMISSI	VESTOF	N/A	500	600	999	500	5	0	0
86	EXOCET SM39	AIRMILI	SSMISSI	VESTOF	N/A	500	600	999	500	5	0	0
87	EXOCET AM39	AIRMILI	ASMISSI	VESTOF	N/A	500	600	999	2000	5	0	0
88	EXOCET MM40 BLOCK1	AIRMILI	SSMISSI	VESTOF	N/A	500	600	999	500	6	0	0
89	EXOCET MM40 BLOCK2	AIRMILI	SSMISSI	VESTOF	N/A	500	600	999	500	6	0	0
90	CF18A/B HORNET	AIRMILI	FIGHTIN	MEDIOF	CANA	200	1150	75	15000	17	5	8
91	CP140 AURORA	AIRMILI	PATRSUR	VEWEOF	CANA	120	400	5	25000	35	10	30
92	CP140A ARCTURUS	AIRMILI	RECONNA	HARMLE	CANA	120	400	5	25000	35	10	30
93	F16 FALCON	AIRMILI	FIGHTIN	STROOF	ISRA	9999999	1300	90	15000	9	5	15
94	F14A TOMCAT	AIRMILI	FIGHTIN	STROOF	USAM	200	1350	999	999999999	19	5	20
95	BOING 747 400 A	AIRCOMM	JETPROP	HARMLE	VAR	150	550	2	12000	69	19	64
96	BOING 747 400 B	AIRCOMM	JETPROP	HARMLE	VAR	150	550	2	12000	69	19	64
97	CT142 DASH 8	AIRMILI	SUPPORT	HARMLE	CANA	100	300	999	5000	22	7	26
98	EH 101 MERLIN	AIRMILI	MHELICO	WEAKOF	BRIT	0	160	2	999999999	16	5	5
99	B52H STATOFORTRESS	AIRMILI	BOMBERS	VESTOF	USAM	200	525	2	18000	49	12	56
100	S3B VIKING	AIRMILI	PATRSUR	WEAKOF	USAM	100	450	999	11000	16	7	21
101	SR71A BLACKBIRD	AIRMILI	RECONNA	HARMLE	USAM	250	2000	999	30000	33	5	11
102	CONCORDE	AIRCOMM	JETPROP	HARMLE	FRAN	225	1400	999	19000	62	11	26
103	CONCORDE	AIRCOMM	JETPROP	HARMLE	BRIT	225	1400	999	19000	62	11	26
104	TU22K BLINDER	AIRMILI	BOMBERS	STROOF	RUSS	200	900	999	14000	42	10	23
105	TU22K BLINDER	AIRMILI	BOMBERS	STROOF	LIBY	200	900	999	14000	42	10	23
106	TU22K BLINDER	AIRMILI	BOMBERS	STROOF	IRAQ	200	900	999	14000	42	10	23
107	TU95MS BEAR H	AIRMILI	BOMBERS	STROOF	RUSS	175	500	999	12000	50	12	51
108	TU95MS BEAR H	AIRMILI	BOMBERS	STROOF	UKRA	175	500	999	12000	50	12	51
109	TU95MS BEAR H	AIRMILI	BOMBERS	STROOF	KAZA	175	500	999	12000	50	12	51
110	TU16N BADGER	AIRMILI	SUPPORT	HARMLE	RUSS	200	600	999	15000	35	10	33
111	TU16PP BADGER	AIRMILI	PATRSUR	WEAKOF	RUSS	200	600	999	15000	35	10	33
112	TU16K 26 BADGER	AIRMILI	BOMBERS	STROOF	RUSS	200	600	999	15000	35	10	33

Tab. D.10 – Base de données câbles : 84 - 112

ID	Type mot.	Nb. cyl.	SER côté	SER face	SER dessus	IR	RP	Lames	Nb. ém.	Liste émetteurs
84	9	99	600	60	600	3	0	nothing	1	142
85	9	99	200	15	200	3	0	nothing	1	144
86	9	99	200	15	200	3	0	nothing	1	144
87	9	99	150	15	150	3	0	nothing	1	144
88	9	99	200	15	200	3	0	nothing	1	144
89	9	99	200	15	200	3	0	nothing	1	145
90	9	99	2100	500	3400	2	2	18 18	4	8, 146, 147, 148
91	9	99	8800	3700	26200	1	4	4 4 4 4	2	8, 151
92	9	99	8800	3700	26200	1	4	4 4 4 4	3	141, 149, 150
93	9	99	1900	550	3400	2	1	13	2	153, 152
94	9	99	2400	1250	9500	2	2	13 13	2	154, 155
95	9	99	33000	15000	110000	1	4	38 38	1	99999
96	9	99	33000	15000	110000	1	4	24 24	1	99999
97	9	99	3850	2300	14300	1	2	4 4	2	156, 157
98	9	99	2000	1250	2000	1	2	5 4	1	158
99	9	99	14700	8400	68600	1	1	23	3	159, 160, 161
100	9	99	2800	1850	8400	1	2	99 99	1	162
101	9	99	4000	700	9000	2	8	unknown	99	unknown
102	9	99	17000	3600	40000	2	8	unknown	99	unknown
103	9	99	17000	3600	40000	2	8	unknown	99	unknown
104	9	99	10500	3000	24000	2	2	99 99	2	164, 139
105	9	99	10500	3000	24000	2	2	99 99	2	164, 139
106	9	99	10500	3000	24000	2	2	99 99	2	164, 139
107	9	99	15300	7600	64000	1	4	8 8 8 8	3	166, 167, 168
108	9	99	15300	7600	64000	1	4	8 8 8 8	3	166, 167, 168
109	9	99	15300	7600	64000	1	4	8 8 8 8	3	166, 167, 168
110	9	99	8800	4000	29000	1	2	99 99	99	unknown
111	9	99	8800	4000	29000	1	2	99 99	99	unknown
112	9	99	8800	4000	29000	1	2	99 99	99	unknown

Tab. D.11 – Base de données câbles: 84 - 112 (suite)

ID	Nom cible	Type	Sous-type	Offensivité	Code pays	$V_{min}$	$V_{max}$	ACC	ALT max	Lon.	Hau.	Lar.
113	F15E EAGLE	AIRMILI	FIGHTIN	STROOF	USAM	200	1600	90	20000	19	6	13
114	F15I EAGLE	AIRMILI	FIGHTIN	STROOF	ISRA	200	1600	90	20000	19	6	13
115	YAK38 FORGER A	AIRMILI	FIGHTIN	STROOF	RUSS	0	550	999	12000	15	5	7
116	TU160 BLACKJACK	AIRMILI	BOMBERS	VESTOF	RUSS	200	1300	20	15000	54	13	51
117	MIG29 FULCRUM A	AIRMILI	FIGHTIN	STROOF	SYRI	200	1400	90	20000	15	5	11
118	MI28 HAVOC	AIRMILI	MHELICO	STROOF	RUSS	0	170	30	6000	17	4	2
119	SU27K FLANKER D	AIRMILI	FIGHTIN	VESTOF	RUSS	150	1240	80	11000	19	6	15
120	MI35P HIND F	AIRMILI	MHELICO	MEDIOF	PERU	0	180	5	4500	17	4	2
121	MIG29 FULCRUM A	AIRMILI	FIGHTIN	STROOF	INDI	200	1400	90	20000	15	5	11
122	MIG29 FULCRUM A	AIRMILI	FIGHTIN	STROOF	POLA	200	1400	90	20000	15	5	11
123	MIG29K FULCRUM D	AIRMILI	FIGHTIN	VESTOF	RUSS	200	1400	90	20000	15	5	11
124	KA 25PL HORMONE	AIRMILI	MHELICO	MEDIOF	RUSS	0	120	2	3400	10	5	3
125	ANTONOV 124	AIRCOMM	JETPROP	HARMLE	BRIT	150	470	1	12000	69	20	73
126	KA 50 HOKUM WEREWOLF	AIRMILI	MHELICO	VESTOF	RUSS	0	190	30	4500	16	2	3
127	SEA HARRIER FR5	AIRMILI	FIGHTIN	VESTOF	BRIT	150	800	80	10000	13	4	8
128												
129												
130												
131	C 17A GLOBEMASTER	AIRMILI	SUPPORT	HARMLE	USAM	115	500	1	9000	48	17	50
132												
133												
134												
135	CH 47 CHINOOK	AIRMILI	MHELICO	VEWEOF	USAM	0	155	2	3200	16	6	4
136												
137	DASSAULT RAFALE B	AIRMILI	FIGHTIN	MEDIOF	FRAN	150	1300	95	20000	15	5	11
138	DASSAULT MIRAGE 2000	AIRMILI	FIGHTIN	MEDIOF	GREE	150	1400	135	17000	14	5	9
139	CONCORDE AF FAKE	AIRCOMM	JETPROP	HARMLE	FRAN	225	1400	999	19000	62	11	26
140	SR71A BLACKBIRD FAKE	AIRMILI	RECONNA	HARMLE	USAM	250	2000	999	30000	33	5	11
141	MIG31 FOXHOUND FAKE	AIRMILI	FIGHTIN	MEDIOF	RUSS	200	1525	60	20600	23	6	13
142	TU22M2 BACKFIRE FAKE	AIRMILI	BOMBERS	STROFF	RUSS	200	1080	30	13300	43	11	23
143	UNKNOWN	UNKNOWN	UNKNOWN	UNKNOWN	UNKN	0	0	0	0	0	0	0

Tab. D.12 – Base de données cibles: 113 - 143

ID	Type mot.	Nb. cyl.	SER côté	SER face	SER dessus	IR	RP	Lames	Nb. ém.	Liste émetteurs
113	9	99	2800	1000	6200	2	2	22 22	2	169, 170
114	9	99	2800	1000	6200	2	2	22 22	2	169, 171
115	9	99	1900	400	2600	1	8	unknown	1	163
116	9	99	17500	8300	69000	2	4	99 99	2	99999, 99999
117	9	99	1900	700	4100	2	2	32 32	1	177
118	9	99	1700	400	850	1	2	5 4	0	nothing
119	9	99	2800	1100	7100	2	2	24 24	2	99999, 99999
120	9	99	1700	400	850	1	2	5 3	0	nothing
121	9	99	1900	700	4100	2	2	32 32	1	177
122	9	99	1900	700	4100	2	2	32 32	1	177
123	9	99	1900	700	4100	2	2	32 32	1	177
124	9	99	1300	700	400	1	2	3 3	1	178
125	9	99	34500	18000	126000	1	4	33 33	2	99999, 99999
126	9	99	800	300	1200	1	2	3 3	0	nothing
127	9	99	1300	400	2600	2	1	23	2	180, 181
128										
129										
130										
131	9	99	20000	10600	60000	1	4	36 36	1	179
132										
133										
134										
135	9	99	2400	1200	1600	1	2	3 3	99	unknown
136										
137	9	99	1900	700	4000	2	2	15 15	2	173, 174
138	9	99	1700	550	3200	2	2	23 23	3	172, 175, 176
139	9	99	17000	3600	40000	2	8	unknown	3	165, 99952, 161
140	9	99	4000	700	9000	2	8	unknown	2	99954, 157
141	9	99	3500	1000	7500	2	2	26 26	1	99953
142	9	99	11800	3200	24600	1	2	99 99	2	99951, 163
143	0	0	0	0	0	0	0	0 0	0	0

Tab. D.13 – Base de données cibles: 113 - 143 (suite)

# Bibliographie

- [1] G. J. Klir et M. J. Wierman, *Uncertainty-Based Information*. New York: Physica-Verlag, 1999.
- [2] P. Krause et D. Clark, *Representing Uncertain Knowledge: An Artificial Intelligence Approach*. Kluwer Academic Publishers, 1993.
- [3] P. Smets, “Imperfect Information: Imprecision - Uncertainty”, in *Uncertainty Management in Information Systems. From Needs to Solutions* (A. Motro et P. Smets, eds.), pp. 225–254, Kluwer Academic Publishers, 1997.
- [4] L. A. Zadeh, “Fuzzy Sets”, *Information and control*, vol. 8, pp. 338–353, 1965.
- [5] A. Dempster, “Upper and Lower Probabilities Induced by Multivalued Mapping”, *Ann. Math. Statist.*, vol. 38, pp. 325–339, 1967.
- [6] G. Shafer, *A Mathematical Theory of Evidence*. Princeton University Press, 1976.
- [7] L. Zadeh, “Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility”, *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 1, pp. 3–28, 1978.
- [8] Z. Pawlak, *Rough Sets - Theoretical Aspects of Reasoning about Data*. Kluwer Academic Publisher, 1991.
- [9] P. Smets, “Constructing the pignistic probability function in a context of uncertainty”, *Uncertainty in Artificial Intelligence*, vol. 5, pp. 29–39, 1990.
- [10] F. Voorbraak, “A computationally efficient approximation of Dempster-Shafer theory”, *Int. J. Man-Machine Studies*, vol. 30, pp. 525–536, 1989.
- [11] G. J. Klir et B. Parviz, “Probability-Possibility Transformations: A Comparison”, *International Journal of General Systems*, vol. 21, pp. 291–310, 1992.
- [12] A. Skowron, “The Relationship Between the Rough Sets and the Evidence Theory”, *Bulletin of the Polish Academy of Science*, vol. 37, no. 1-2, pp. 87–90, 1989.

- [13] H. T. Nguyen, “On Random Sets and Belief Functions”, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, vol. 65, pp. 531–542, 1978.
- [14] A. I. Orlov, “Fuzzy and Random Sets”, *Prikladnoi Mnogomerni Statisticheskii Analys*, pp. 262–280, 1978.
- [15] I. Goodman, “Fuzzy Sets as Equivalence Classes of Random Sets”, in *Fuzzy Sets and Possibility Theory* (R. R. Yager, ed.), pp. 327–342, Pergamon Press, Oxford, 1982.
- [16] D. Hall et T. J. Llinas, *Handbook of Multisensor Data Fusion*. CRC Press, 2001.
- [17] B. Solaiman, “Information fusion concepts. From information elements definition to the application of fusion approaches”, *Proceedings of SPIE*, vol. 4385, pp. 205–212, 2001.
- [18] C. Liu, *Measures of Performance of Data Fusion Systems Based on Uncertainty Measures*. Proposition de thèse de doctorat présentée à la Direction des Programmes de 2ème et 3ème cycles en Génie Électrique de l’Université Laval, 2002.
- [19] A. Cheaito, M. Lecours et E. Bossé, “A non-*ad hoc* Decision Rule for Dempster-Shafer Method of Evidential Reasoning”, in *Sensor Fusion: Architecture, Algorithm, and Application II* (SPIE, ed.), vol. 3376, (Orlando, FL.), pp. 44–57, Apr. 1998.
- [20] D. Dubois et H. Prade, “La fusion d’informations imprécises”, *Traitement du Signal*, vol. 11, no. 6, pp. 447–458, 1994.
- [21] Lockheed-Martin Canada, “MSDF Implementation and Test Document for “Real-Time Issues and Demonstration of Data Fusion Concepts for Airborne Surveillance”.” DM No. 990001008, Contract No. W7701-6-4081, May 1998.
- [22] D. Dubois et H. Prade, *Fundamentals of Fuzzy Sets*. Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [23] D. Dubois et H. Prade, “Fuzzy Sets and Probability: Misunderstandings, Bridges and Gaps”, in *Proceedings of the Second IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, pp. 1059–1068, 1993.
- [24] S. Parsons, M. Kubat et M. Dohnal, “A rough sets approach to reasoning under uncertainty”, *Journal of Experimental and Theoretical Artificial Intelligence*, vol. 7, pp. 175–193, 1995.
- [25] J. Sudano, “Inverse Pignistic Probability Transforms”, in *ISIF*, pp. 763–768, 2002.
- [26] D. Dubois et H. Prade, “On Several Representations of an Uncertain Body of Evi-

- dence”, in *Fuzzy Information and Decision Processes*, pp. 167–181, North Holland, 1982.
- [27] P. Smets, “The Transferable Belief Model and Possibility Theory”, *Proc. NAFIPS*, pp. 215–218, 1990.
- [28] T. Sudkamp, “The Semantics of Plausibility and Possibility”, *International Journal of General Systems*, vol. 21, pp. 273–289, 1992.
- [29] J. Kampé de Fériet, “Interpretation of Membership Functions of Fuzzy Sets in Terms of Plausibility and Belief”, in *Fuzzy Information and Decision Processes*, pp. 93–98, North Holland, 1982.
- [30] Z. Pawlak, “Rough Sets and Fuzzy Sets”, *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 17, pp. 99–102, 1985.
- [31] D. Dubois et H. Prade, “Rough Fuzzy Sets and Fuzzy Rough Sets”, *International Journal of General Systems*, vol. 17, pp. 191–209, 1990.
- [32] D. Dubois et H. Prade, “Putting Rough Sets and Fuzzy Sets Together”, in *Intelligent Decision Support: A Handbook of Applications and Advances in Rough Sets*, pp. 203–232, Kluwer Academic Publishers, 1992.
- [33] A. Skowron et J. Grzymala-Busse, “From Rough Sets Theory to Evidence Theory”, in *Advances in the Dempster-Shafer Theory of Evidence*, pp. 193–235, John Wiley and Sons, NY, 1994.
- [34] G. Matheron, *Random Sets and Integral Geometry*. J. Wiley, 1975.
- [35] D. G. Kendall, “Foundations of a Theory of Random Sets”, in *Stochastic Geometry* (E. F. Hardings et D. Kendall, eds.), pp. 322–376, J. Wiley - London, 1974.
- [36] V. Kreinovich, “Random sets unify, explain, and aid known uncertainty methods in expert systems”, in *Random Sets: Theory and Applications*, pp. 321–345, Springer-Verlag, 1997.
- [37] S. Mori, “Random Sets in Data Fusion. Multi-Objet State-Estimation as a Foundation of Data Fusion Theory”, in *Random Sets: Theory and Applications*, pp. 185–207, Springer-Verlag, 1997.
- [38] I. R. Goodman, R. P. Mahler et H. T. Nguyen, *Mathematics of Data Fusion*. Kluwer Academic Publishers, 1997.
- [39] P. Quinio et T. Matsuyama, “Random Closed Sets: A Unified Approach to the Repre-

- sensation of Imprecision and Uncertainty”, in *Symbolic and Quantitative Approaches to Uncertainty* (R. Kruse et P. Siegel, eds.), pp. 282–286, Springer-Verlag, 1991.
- [40] H. Nguyen et T. Wang, “Belief Functions and Random Sets”, in *Random Sets: Theory and Applications*, pp. 243–255, Springer-Verlag, 1997.
- [41] D. Dubois et H. Prade, “Possibility Theory in Information Fusion”, in *Fusion 2000*, (Paris), p. Plenary Speech, July 2000.